

UM MÉTODO EXATO PARA OTIMIZAR A ESCALA DE MOTORISTAS E COBRADORES DO SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO

Gustavo Peixoto Silva.

Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia.
Universidade Federal de Ouro Preto.

Marcone Jamilson Freitas Souza.

Departamento de Computação.
Universidade Federal de Ouro Preto.

Jorge von Atzingen dos Reis.

Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia.
Universidade Federal de Ouro Preto.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo implementar um método de otimização para o problema de geração da Escala de Motoristas e Cobradores do Sistema de Transporte Público. Esse problema, denominado na literatura Problema da Programação de Tripulações (Crew Scheduling Problem), tem como objetivo determinar um conjunto de jornadas de trabalho para as tripulações, de tal forma que a programação dos veículos seja realizada com o menor custo possível. Como restrições, cada jornada deve atender à legislação e à convenção coletiva de trabalho do setor. Neste trabalho é apresentada uma metodologia que formula o problema como um modelo de particionamento e utiliza o método Simplex para resolvê-lo. Para reduzir a dimensão do problema, tira-se proveito das características do problema real estudado. São apresentados também os resultados obtidos, sinalizando a possibilidade de redução nos custos referentes à mão de obra operacional do setor.

ABSTRACT

The purpose of this work is the implementation of an optimization method for the crew scheduling problem of the public transportation system. This problem aims to produce a set of workdays to the crews, so that the vehicle scheduling could be performed with the minimum operational cost. The constraints of this problem are related with the labor agreement and operational rules. In this paper it is presented a methodology which utilizes the set partitioning model to deal with the crew scheduling problem, applying the Simplex method to solve it. Practical features from the real problem are used in order to reduce the size of the optimization problem. The results presented are discussed pointing mainly the operational cost reduction achieved by this method.

1. INTRODUÇÃO

A necessidade cada dia maior de reduzir os custos das empresas tem feito com que elas busquem aprimorar os seus processos produtivos, mantendo a qualidade de seus produtos e serviços. No setor do transporte público ocorre o mesmo, tendo como agravante o grande número de passageiros que utiliza o sistema sem pagar pelo mesmo, seja por direito, como é o caso dos idosos e deficientes ou simplesmente por transgressão à ordem. Assim, as companhias do setor são obrigadas a utilizar, de maneira eficiente, seus recursos materiais e humanos para se manterem lucrativas, sem comprometer a qualidade do serviço oferecido. Como a mão-de-obra operacional é uma das componentes que mais pesa na planilha de custos, uma pequena redução neste item pode significar um ganho considerável no custo total, o que justifica qualquer trabalho no sentido de minimizar os custos com a mão-de-obra.

O Problema da Programação de Tripulações (PPT) tem como objetivo determinar um conjunto de jornadas de trabalho para as tripulações, de tal forma que a programação dos veículos seja realizada com o menor custo possível. Como restrições, cada jornada deve atender à legislação e ao acordo coletivo firmado entre os sindicatos do setor. A complexidade do problema reside na dificuldade de considerar as cláusulas trabalhistas no modelo matemático, assim como considerar todas as possíveis soluções, que tendem a crescer numa razão exponencial em relação à dimensão do problema. Neste contexto, vários autores

têm se dedicado ao desenvolvimento de modelos capazes de gerar, com menor custo possível, escalas de tripulações que satisfaçam às restrições impostas. Este é um problema permanentemente estudado uma vez que a realidade dos sistemas de transporte público está em contínua transformação, exigindo cada vez mais uma gerência eficiente dos recursos disponíveis.

Esse tema tem sido largamente estudado e seus resultados são geralmente utilizados nos países mais desenvolvidos. A abordagem mais explorada é aquela que formula o PPT como um problema de recobrimento ou de particionamento (*set covering* ou *set partitioning model*) e utiliza a técnica de geração de colunas para resolvê-lo (Smith e Wren 1988, Desrochers e Soumis 1989, Desrochers et al. 1992, Fores et al. 1999, Barnhart et al. 1998, Friberg e Haase 1999). A variedade de trabalhos deriva das diferentes maneiras de gerar as colunas e diferentes metodologias para resolver o problema, tais como: *branch-and-bound*, *branch-and-price* e a relaxação lagrangeana.

Desrochers e Soumis (1989) propõem uma abordagem de geração de colunas para o PPT que decompõe o problema em duas partes: um problema principal que é o problema de recobrimento e um subproblema de caminho mínimo. O problema de recobrimento escolhe uma programação dentre as jornadas factíveis previamente conhecidas. O subproblema é usado para encontrar uma nova jornada factível que melhore a solução corrente do problema de recobrimento. No modelo de recobrimento são consideradas as restrições globais do problema, tais como os números máximo e mínimo de jornadas contínuas e o número máximo de tripulações. Esse problema é resolvido pelo método Simplex e fornece uma relaxação linear do problema de recobrimento. Uma vez resolvido o problema principal, as novas colunas são geradas pelo algoritmo de caminho mínimo com restrições adicionais. Nesse subproblema, cada caminho factível existente na rede que liga a origem até o destino representa uma jornada viável. A função objetivo é definida de tal forma que o caminho tenha o menor custo marginal possível.

O trabalho de Desrochers e Soumis (1989) constitui a base do método HASTUS (Rousseau e Blais, 1985), que consiste no sistema comercial para a programação de tripulações desenvolvido no centro de pesquisa GERARD da Universidade de Montreal.

Um outro sistema comercial de referência internacional é o TRACS II (Wren et al. 1994) desenvolvido pelo Grupo de Programação de Restrições e Pesquisa Operacional da Universidade de Leeds no Reino Unido. O sistema TRACS II é uma versão atual do IMPACS e vem sendo aprimorado e adaptado para resolver também o problema de programação de tripulações de trens (Wren et al. 1994, Fores et al. 1999). O sistema IMPACS tem como base o trabalho de Smith e Wren (1988) que emprega o modelo de recobrimento associado a um método de busca *branch-and-bound* para a obtenção de uma solução inteira para o PPT. Nesse caso, para diminuir o número de colunas, são consideradas as características do problema, gerando apenas as colunas que se referem a jornadas de trabalho similares àquelas praticadas pelas empresas operadoras do sistema. Dessa forma, o espaço de busca do Simplex é reduzido consideravelmente, permitindo a resolução do problema em um tempo razoável de processamento computacional.

No presente trabalho, o PPT é formulado como um problema de particionamento. Para reduzir a dimensão do problema é implementada a metodologia baseada naquela proposta por Smith

e Wren (1988), considerando a realidade brasileira e as regras operacionais seguidas por uma empresa que atua em Belo Horizonte.

Na próxima seção é apresentado o modelo de particionamento para o PPT. Na seção 3 é realizada uma descrição da metodologia proposta para reduzir a dimensão do modelo que representa o PPT como um modelo de particionamento. Os resultados de um estudo de caso são apresentados na seção 4. Finalmente são apresentadas as conclusões e uma proposta de continuidade do trabalho.

2. O MODELO DE PARTICIONAMENTO PARA O PPT

A programação da tripulação tem como dados de entrada a programação dos veículos, previamente definida. A programação dos veículos define os *blocos dos veículos*, ou seja, o conjunto de viagens a ser executado por cada veículo da frota. Os blocos são divididos em *tarefas*, que são seqüências de viagens que devem ser executadas por uma única tripulação, por motivos operacionais esclarecidos a seguir.

No modelo de particionamento, apresentado em (1) – (4), cada linha da matriz está relacionada a uma única tarefa, enquanto as colunas se relacionam com as possíveis jornadas de trabalho. Assim, o elemento $a_{ij} = 1$ se a tarefa i faz parte da jornada j e $a_{ij} = 0$ caso contrário, para $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$. A variável $x_j = 1$ se a jornada j faz parte da solução, ou seja, se pertence à escala diária da empresa e $x_j = 0$ caso contrário (restrição 4). O vetor b tem todos os elementos iguais a 1, garantindo através da restrição (2) que cada tarefa seja executada uma e uma única vez. Ao final das m tarefas é acrescida a linha $m+1$ que se refere às jornadas do tipo *dupla pegada*, ou seja, aquelas jornadas compostas por dois períodos de trabalho, geralmente nos horários de pico, com um intervalo entre eles maior do que duas horas. Se a jornada j for desse tipo, então $a_{m+1,j} = 1$, caso contrário $a_{m+1,j} = 0$. Nessa linha a componente b_{m+1} do vetor b tem o número máximo permitido de jornadas do tipo dupla pegada, que em geral fica em torno de 10% do número total de tripulantes. A restrição (3) garante que esse número nunca seja ultrapassado.

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 1 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{m+1,j} x_j \leq \text{max_dupla_pegada} \quad (3)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (4)$$

O custo de cada jornada é calculado em função do tempo total que a tripulação não está dirigindo o veículo, dito tempo ocioso e o total de horas extras contidas na jornada.

3. A METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia adotada se concentra na geração das jornadas de trabalho que compõem o modelo de particionamento. Nesse sentido, tira-se proveito das características particulares do PPT para reduzir o número de jornadas a serem consideradas no modelo. Por outro lado, tal

redução deve contemplar os diversos tipos de jornadas para não comprometer a qualidade da solução obtida. A geração dos coeficientes do modelo é apresentada a seguir.

As jornadas de trabalho são combinações de tarefas dos veículos de uma mesma linha. Entretanto, foi considerada a possibilidade de uma tripulação executar tarefas de veículos distintos, ou seja, que uma tripulação realize a troca de veículos dentro da linha.

Para reduzir o número de jornadas e garantir uma duração mínima para cada jornada, as tarefas que se localizam no início e no final de cada veículo foram agrupadas em uma única tarefa, da seguinte forma:

- ♣ A primeira tarefa de cada veículo é unida com as tarefas seguintes até atingir o tempo mínimo de trabalho;
- ♣ A última tarefa de cada veículo é unida com as tarefas anteriores até atingir o tempo mínimo de trabalho.

Dessa forma parte das tarefas foram agrupadas, diminuindo assim o número de combinações possíveis de serem feitas, pois quanto maior o número de tarefas maior será o número de combinações. A Tabela 1 contém o número de tarefas de cada linha antes e depois da união das tarefas iniciais e finais de cada veículo.

Tabela 1: Redução do número de tarefas devido ao processo de tempo mínimo.

Número da Linha	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	Total
Número de tarefas	39	49	23	54	190	40	128	150	200	154	163	1190
Número reduzido de tarefas	16	19	11	22	82	21	63	74	87	67	73	535

Pelos dados da tabela 2 pode-se observar que houve uma grande redução no número de tarefas de cada linha atingindo uma redução de 55% no número total de tarefas, ou seja, de 1190 para 535 tarefas.

Em seguida foram consideradas todas as possíveis combinações das tarefas gerando as jornadas de trabalho. Cada jornada é avaliada e apenas as jornadas viáveis, ou seja aquelas que satisfazem as restrições trabalhistas são incluídas no modelo. As restrições trabalhistas contempladas neste trabalho são:

- ♣ Folga corrida de 30 minutos, com início antes de a jornada completar 6 horas trabalhadas;
- ♣ Tempo máximo de trabalho igual a 9 horas e 10 minutos;
- ♣ Tempo mínimo entre o final da jornada e seu início no dia seguinte de 11 horas.
- ♣ Jornada normal de trabalho com duração de 7 horas e 10 minutos.

O custo operacional c_j de cada jornada é calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$c_j = total_horas_extras \times peso_horas_extras + total_ociosidade \times peso_ociosidade \quad (5)$$

Cada jornada define uma coluna da matriz de restrições e um coeficiente na função de custo. Na Tabela 2 é apresentado um exemplo de uma matriz gerada segundo a metodologia proposta. As linhas correspondem às tarefas de cada veículo. A Tarefa 0101 corresponde à primeira tarefa do modelo, que pertence ao veículo 1. Enquanto que Tarefa 0302 é a terceira tarefa do

modelo que pertence ao veículo 2. A coluna 1 corresponde à jornada composta apenas pela tarefa 0101, enquanto a coluna 6 representa a jornada que realiza as tarefas 0101, 0201 e 0302. No primeiro exemplo a tripulação opera em um único veículo enquanto no segundo, a tripulação atuará em dois veículos distintos. Essa estratégia permite uma flexibilização na operação e conseqüentemente uma redução nos seus custos, sem no entanto provocar uma alteração drástica na filosofia de trabalho da empresa.

Tabela 2: Exemplo de uma Matriz gerada pelo programa Geratarefa.

Jornadas	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12
Tarefa 0101	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
Tarefa 0201	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
Tarefa 0302	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
Tarefa 0401	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Tarefa 0502	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
Tarefa 0602	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
Tarefa 0701	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

Foram gerados os seguintes tipos de jornadas de trabalho:

- ♣ *Dupla Pegada:* ocorre quando a tripulação executa parte das tarefas de uma determinada jornada e após uma folga corrida de pelo menos 2 horas, retorna para continuar a cumprir o restante das tarefas pertencentes à jornada. Durante o período que a tripulação permanece parada, ela não tem remuneração.
- ♣ *Pegada Simples:* é quando uma tripulação executa todas as tarefas de uma determinada jornada na qual as folgas corridas são todas menores que 2 horas. Neste caso existe uma folga para alimentação/repouso de 30 minutos incluída na jornada.

4. RESULTADOS OBTIDOS

Para validar a metodologia propostas, foram utilizados os dados reais de um empresa que opera na cidade de Belo Horizonte. O cálculo da função de custo dada pela expressão (5), foi realizado utilizando-se os seguintes pesos: ociosidade = 40 e hora extra = 50. Os problemas associados aos testes foram resolvidos utilizando o pacote de otimização LINGO versão 7.0, em um microcomputador Pentium 4, 1.8 GHz e 512 MB de RAM.

Nesse teste foram consideradas todas as linhas sob responsabilidade da empresa. O problema referente a cada linha foi resolvido individualmente visando encontrar o seu ótimo global. Assim, foi resolvido um problema de particionamento para cada linha da empresa. Essa estratégia de resolução do problema foi utilizada para reduzir o tamanho da matriz e conseqüentemente o tempo computacional.

A Tabela 3 contém os tempos computacionais para a geração de cada matriz associada a cada uma das linhas. Com esses dados, observa-se que o gargalo para a resolução desse problema, além do número de colunas geradas, é o tempo computacional para gerar cada uma das matrizes, visto que esse tempo cresce exponencialmente com o número de tarefas.

Após resolver separadamente o problema de cada linha utilizando o pacote LINGO, as características das soluções ótimas foram agrupadas e são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 3: Tempo de geração da matriz associada a cada linha.

Linha	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Número de tarefas	16	19	11	22	82	21	63	74	87	67	73
Tempo para geração (em minutos)	01	01	01	01	281	01	25	108	488	43	95

Tabela 4: Resultados considerando todas as linhas da empresa.

Linha	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Horas Extras (hh:mm)	00:00	00:00	00:00	02:05	06:34	03:08	04:05	02:26	16:13	08:55	08:10
Horas Trabalhadas (hh:mm)	39:39	27:10	30:42	77:57	278:57	86:49	161:28	211:07	289:11	196:57	221:35
Ociosidade (hh:mm)	03:21	01:30	33:48	17:18	35:47	09:29	14:37	27:49	20:52	19:48	15:55
Nº de Tripulações	06	04	09	13	43	13	24	33	41	29	32

O resultado apresentado na tabela 4 se refere à solução ótima de cada linha da empresa resolvida separadamente. Evidentemente que ao considerar o conjunto de todas as linhas como um único problema, possibilitando que uma tripulação execute tarefas de linhas distintas, deve ocorrer numa redução ainda maior no custo da solução. Entretanto, essa prática não é admissível por parte da empresa pela dificuldade da sua implementação operacional. Por outro lado, a dimensão dessa instância pode levar a um problema insolúvel do ponto de vista computacional.

5. CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DA PESQUISA

A metodologia proposta mostra-se capaz de encontrar a solução ótima do problema de programação da tripulação quando consideramos cada linha separadamente. Isto foi possível devido à determinação de um tempo mínimo de trabalho que eliminou jornadas que não deveriam fazer parte da solução ótima, como por exemplo, jornadas de trabalho com menos de 3 horas de duração e devido à tecnologia atual que permite resolver problemas de programação linear de dimensões consideravelmente grandes.

A continuidade da pesquisa se dará abordando um grupo de linhas com similaridades operacionais. Para que a dimensão do problema não cresça demasiadamente, será utilizada a heurística de Chvátal (1979), com diferentes funções de avaliação das jornadas, para selecionar as colunas a serem incluídas no modelo de particionamento. De uma maneira geral, serão seguidas as seguintes regras:

- ♣ Calcular o custo relativo de cada jornada;
- ♣ Escolher as jornadas de menor custo para compor a matriz do problema de particionamento segundo a metodologia de Chvátal;
- ♣ Adicionar ao conjunto de colunas candidatas às colunas correspondentes à solução ótima de cada linha.

Com esta estratégia, espera-se resolver o problema para grupos de linhas sem, no entanto, considerar todas as possíveis jornadas de trabalho. Assim, serão incluídas no modelo apenas as jornadas com maiores chances de compor a solução ótima global.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao PIP/UFOP pelo apoio dado ao desenvolvimento deste trabalho, bem como à Borland Latin America pela cessão de uma licença de uso do software C++ Builder 6.0.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barnhart, C.; E. L. Johnson; G. L. Nemhauser; M. P. Savelsbergh e P. H. Vance (1998) Branch-and-price: column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, v.46, p.316-329.
- Chvátal, V. (1979) A greedy heuristic for the set covering problem. *Mathematics of Operations Research*, v. 4, p. 233-235.
- Desrochers, M. e F. Soumis (1989) A Column Generation approach to the urban transit crew scheduling problem. *Transportation Science*, v. 23, p. 1-13.
- Desrochers, M; J. Gilbert; M. Sauve e F. Soumis (1992) CREW-OPT: Subproblem modeling in a column generation approach to urban crew scheduling. In: *Computer-Aided Transit Scheduling*, Desrochers, M. & Rousseau, J. M. (eds.), Springer, Berlin, p. 395-406.
- Fores, S.; L. Proll e A. Wren (1999) An Improved ILP System For Driver Scheduling. In: *Computer-Aided Transit Scheduling*, Wilson, N. H. M. (ed.), Springer, Berlin, p. 43-61.
- Friberg, C. e K. Haase (1999) An exact branch and cut algorithm for the vehicle and crew scheduling problem. In: *Computer-Aided Transit Scheduling*, Wilson, N. H. M. (ed.), Springer, Berlin, p. 63-80.
- Rousseau, J. M. e J. Y. Blais (1985) HASTUS: an interactive system for buses and crew scheduling. In: *Computer scheduling of public transport 2*, J. M. Rousseau (ed.), 45-60, North-Holland.
- Smith, B. M. e A. Wren (1988) A Bus Crew Scheduling System Using a Set Covering Formulation. *Transportation Research*, v. 22A, p.97-108.
- Wren, A.; R. S. K. Kwan e M. E. Parker (1994) Scheduling of rail driver duties. In: *Computers in Railways IV*, vol. 2, Murty, T. K. S.; Mellitt, B.; Brebbia, C. A.; Sciutto, G. & Sone, S. (eds.), Southampton, Boston.

Gustavo Peixoto Silva (gustavo@depro.em.ufop.br)

Marcone Jamilson Freitas Souza (marcone@iceb.ufop.br)

Jorge von Atzingen dos Reis (jorge.ufop@uol.com.br)

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Ouro Preto

Campus Universitário

35.400-000 Ouro Preto, MG, Brasil