UMA EQUAÇÃO DE LUCROS PARA OPERADORES DE TRANSPORTE EM SITUAÇÕES DE COMPETIÇÃO EM PREÇOS

Alessandro Vinícius Marques de Oliveira
Núcleo de Estudos em Competição e Regulação do Transporte Aéreo - NECTAR
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

RESUMO
O presente trabalho visa desenvolver uma equação de lucros de operadores de transporte, levando em consideração a existência de uma estrutura oligopolística, bem como a possibilidade de competição em preços. Tal arcabouço analítico pode ser considerado relevante em aplicações a segmentos de transporte passíveis de desregulamentação econômica, recentemente liberalizados ou para análises dos impactos de possíveis reformas regulatórias. Por meio de desenvolvimento algébrico, é feita uma proposta de modelagem de lucros que possui duas propriedades importantes: 1. estreita ligação com um modelo comportamental das firmas no mercado; e 2. forma funcional suficientemente flexível para abarcar as mais diversas situações institucionais, operacionais e mercadológicas.

ABSTRACT
This paper aims at developing a profits equation for transportation operators, by considering both the hypotheses of oligopolistic structure and possibility of price competition. This analytic framework can be regarded as relevant for application to transportation segments subject to economic deregulation or recently liberalization or for an analysis of the impacts of potential regulatory reform. By making use of algebraic developments, here the resulting model of profits possesses two important properties: 1. it is closely associated with a behavioral modeling of firms in the market; and 2. its functional form is sufficiently flexible to represent a broad range of institutional, operational and market situations.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho visa desenvolver uma equação de lucros de operadores de transporte, considerando duas hipóteses básicas: a existência de uma estrutura oligopolística, e a possibilidade de livre competição em preços entre as alternativas colocadas à disposição do passageiro. Ambas as hipóteses têm sua validade dependente das mais diversas especificidades institucionais do mercado/modal de transportes sob consideração, podendo sofrer variação entre países, regiões, arcabouços regulatórios, sistemas de transporte, etc; de uma forma geral, contudo, tem-se que, com a tendência mundial de desregulamentação econômica de setores historicamente regulados – o exemplo mais conhecido é o transporte aéreo, tanto nos Estados Unidos como Europa, mas há que se enfatizar também as reformas ocorridas em outros modais em alguns países ao redor do mundo –, a importância de estudos acerca do funcionamento das estruturas de mercado de transportes sob condições de livre concorrência, tende a ser crescente.

Exemplos notórios de estruturas como as acima referidas advêm, por exemplo, do mercado de ônibus urbano no Reino Unido, no pós-desregulamentação de 1986, onde, segundo Dodgson *et al.* (1992) e Yang *et al.* (2001), o governo, fortemente influenciado pela teoria dos mercados contestáveis (Baumol *et al.*, 1982), flexibilizou a entrada de novos operadores, sendo, portanto, possível a existência de duas ou mais firmas competindo na mesma rota; um exemplo disso é a competição entre as empresas regulares First Leeds (de maior qualidade) e Black Prince (de menor qualidade e menores preços) em diversas rotas da cidade de Leeds, Inglaterra. Além disso, abriu-se a possibilidade de competição entre diferentes tipos de serviço, na forma de ônibus regulares versus mini-vans, situação esta atualmente corriqueira nas grandes cidades brasileiras. Mackie and Preston (1996) fornecem maiores detalhes sobre o processo inglês de desregulamentação de ônibus urbanos. Exemplos de deregulamentação econômica e estímulo à competição ao nível da rota são também provenientes do sistema ferroviário daquele país, conforme relatado por Gibb *et al.* (1996) e Jensen (1998).

Estuturas oligopolísticas com competição em preços podem ser encontradas não só ao nível intra-modal, mas também inter-modal, onde, aliás, é observado com maior frequência, dado que as estruturas regulatórias em geral não são tão abrangentes de forma a englobar mais de um modo de transportes; o exemplo mais recente é a concorrência entre os vôos "corujões" e os ônibus interurbanos no Brasil; neste caso, os competidores podem ser vistos como "grupos rivais", competindo entre si como se fosse um duopólio. Outros exemplos relevantes são a competição entre companhias aéreas regulares e as de fretamento, para transporte de passageiros em rotas turísticas do continente europeu; a competição entre companhias aéreas "*full-service*" e as de "baixo custo" nas diversas rotas do sistema norte-americano, onde, segundo Ito e Lee (2003), o contato entre os dois tipos de operadoras poderá vir a ser de mais de 50% das receitas das primeiras, nos próximos anos; finalmente, pode-se citar a competição entre o sistema de *ferry-boats*, o *Eurotunnel* e as companhias aéreas de "baixo custo" na travessia do Canal da Mancha, onde guerras de preço têm sido frequentemente observadas.

Pode ser notado na literatura de transportes, que há um crescente interesse por modelos de competição para se analisar os mais diversos problemas do setor. Por exemplo, Combes e Linnemer (2000), utilizam-se desse tipo de modelagem para estudar os impactos da criação de uma nova infra-estrutura de transportes entre dois pontos no espaço (por exemplo, construção de aeroportos ou de um sistema de trem de alta velocidade) na infraestrutura já existente para a mesma ligação (exemplo, uma rodovia).

Outro exemplo importante de aplicação de modelos comportamentais do tipo aqui investigado pode ser encontrada em Dodgson *et al.* (1992), que estudam as potenciais práticas de concorrência predatória no mercado de ônibus urbano inglês. Estudos similares, voltados para análises antitruste e para os impactos da desregulamentação na conduta competitiva de companhias aéreas podem ser encontrados, por exemplo, em Salvanes, Steen, e Sørgard (2003) e Oliveira e Turolla (2004). Para um exemplo de aplicação direta da modelagem aqui proposta, pode-se conferir Oliveira (2004).

Este artigo está assim subdividido: Na Seção 2, serão apresentadas as preliminares da modelagem de lucros dos operadores de transporte, considerando-se o caso específico de competição de um duopólio; na Seção 3, é desenvolvida a modelagem comportamental da concorrência em preços, assumindo-se um equilíbrio de Bertrand-Nash, típico de jogos entre firmas com produto heterogêneo; na Seção 4, são efetuadas definições adicionais, no que diz respeito a formas funcionais de variáveis-chave da modelagem, bem como são realizados os procedimentos algébricos finais, com discussão da equação de lucros resultante. Ao final, as conclusões são apresentadas.

2. RELAÇÕES ESTRUTURAIS PRELIMINARES

Para este artigo, considerar-se-á uma situação com dois operadores de transporte (duopólio). Esta hipótese, que pode ser generalizada para retratar um mercado com n competidores, compreende uma situação é mais comum do que se pode imaginar em princípio: a estrutura com *dois operadores* pode ser formada, por exemplo, por duas transportadoras em uma mesma rota, mas também por *dois grupos de transportadoras* (um de "alta qualidade", ou de "serviço completo", e outro de "baixa qualidade" ou do tipo "custo baixo", por exemplo; agregações alternativas podem também ser usadas, do tipo "transportadora oficial" versus "transportadores clandestinos"), como também *dois tipos de modais* (o caso brasileiro de transporte de passageiros é tipicamente composto por "transporte aéreo de custo baixo" versus "transporte rodoviário interurbano"; outro exemplo seria o de "frete aéreo" versus "frete rodoviário", vide Campisi e Gastaldi, 1996). Todos esses são exemplos que podem ser estudados utilizando-se da estrutura aqui proposta.

Considere assim, um duopólio, formado pelo operador i (como dito, firma ou agregações acima mencionadas) versus o operador j. Em princípio, o nível de análise é a rota, mas isso também pode ser manuseado de forma flexível; suponha, portanto, que está-se enfocando a k-ésima rota em todo o sistema, no tempo t. Por simplicidade os índices k e t foram omitidos.

Sistema de demanda dos operadores i e j:

$$\begin{cases} q_i = \alpha_i p_i^{-\beta_i} p_j^{\gamma} \\ q_j = \alpha_j p_i^{\gamma} p_j^{-\beta_j} \end{cases}, \quad \alpha_i, \alpha_j, \beta_i, \beta_j, \gamma > 0 \tag{1}$$

Onde q_i e p_i são, respectivamente, quantidades e preço do operador i, e p_j e o preço do operador j; caso se trate de agregação, médias ponderadas pelo número de assentos-km oferecidos ou pelo número de pax-km utilizados, podem ser usadas no cálculo dos preços. α_i e α_j são vantagens absolutas de demanda (Dixit, 1979), β_i e β_j são as elasticidades-preço próprias da demanda dos operadores i e j, e γ é a elasticidade-preço cruzada (note que uma configuração simétrica é imposta, restrição esta que pode ser relaxada).

Suponha agora que os operadores i e j são vistos com diferentes atributos, sob a ótica do passageiro; tem-se, assim, a hipótese de *produto (serviço) heterogêneo* entre operadores. Notadamente, um fator típico de diferenciação em transportes é a existência de graus diversos de valorização do tempo pelo viajante, dando margem à oferta de alternativas com atributos diversos relacionados ao tempo de acesso, de espera em terminal, e de percurso (vide, por exemplo, Yang, Yan Kong e Meng, 2001), como por exemplo, na concorrência intermodal do tipo "companhias aéreas versus companhias rodoviárias interurbanas". Suponha, assim, o seguinte índice de diferenciação de produtos entre os operadores:

$$\theta = \frac{\gamma^2}{\beta_i \beta_j} \rightarrow \gamma = \gamma\left(\theta, \beta_i, \beta_j\right) = \theta^{0.5} \beta_i^{0.5} \beta_j^{0.5}, \;\; 0 < \theta < 1 \tag{2}$$

Tal indice é uma modificação do índice utilizado por Singh e Vives (1984). Como os autores mencionam, θ serve para mensurar o grau de heteregoneidade no mercado, e assume valores de zero a um: **zero**, quando os bens são independentes (totalmente heterogêneos), e **um**, quando os bens são substitutos perfeitos. Portanto, há que se considerar a seguinte relação inversa, capturada por este parâmetro: quanto maior for o θ, menor é o grau de diferenciação de produto entre os operadores de transporte em consideração.

Do lado dos custos, suponha a seguinte estrutura:

$$TC_i = FC_i + \frac{\varphi_i}{2} q_i^2, \; FC_i > 0 \tag{3}$$

Onde TC_i é o custo total da operadora i, FC_i é o custo fixo, e $1/\varphi_i$ é um parâmetro que proporciona uma medida de retornos à densidade no mercado (vide Caves *et al.* 1984). No presente caso, tem-se (3) como uma função simplificada, para motivos da análise que se quer efetuar; entretanto, também essa estrutura é passivel de extensão.

O custo marginal associado à expressão em (3) é, portanto:

$$c_i = \frac{dTC_i}{dq_i} = \varphi_i q_i \tag{4}$$

A função lucros do operador i, considerada na forma mais abrangente, é a seguinte:

$$\pi_i = p_i q_i\left(p_i, p_j, \alpha_i, \beta_i, \theta\right) - TC_i\left[q_i\left(p_i, p_j, \alpha_i, \beta_i, \theta\right), FC_i, \varphi_i\right] \tag{5}$$

O problema com (5) é que a função lucros π_i é por demais genérica, não englobando nenhuma definição quanto ao comportamento de mercado dos operadores. Tal característica desejável será inserida em (5) a partir da modelagem comportamental desenvolvida na próxima seção.

3. MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE COMPETIÇÃO EM PREÇOS

O passo mais importante no tratamento de (5) é a inserção da hipótese de competição de preços entre os operadores. Para isso, utiliza-se conceitos de teoria de jogos e organização industrial, em especial, a hipótese de que os operadores disputam conforme as previsões do equilibrio de Bertrand-Nash, que caracteriza as situações de mercado onde firmas racionais e maximizadoras de lucros, jogam estrategicamente em preços, levando em consideração as jogadas das firmas rivais (vide Gibbons, 1992).

Em sua versão estática, o problema da operadora sob a ótica do comportamento de Bertrand-Nash é identificado pelos seguintes passos: Primeiramente, obtém-se a otimização da função em (5), segundo a seguinte condição de primeira ordem de maximização de lucros:

$$\underset{p_i}{Max}(\pi_i) \rightarrow \frac{d\pi_i}{dp_i} = 0 \rightarrow \frac{dq_i}{dp_i} p_i + \frac{dp_i}{dp_i} q_i - \frac{dTC_i}{dq_i}\frac{dq_i}{dp_i} = 0 \tag{6}$$

Como (6) permite observar, a competição em preços é considerada explícita, dado que o problema do operador é fixar um nível de preços que otimize seus lucros (primeira derivada em preços igualada a zero); (6) pode então ser manipulada da seguinte forma:

$$q_i + q_i' p_i - q_i' c_i = 0 \rightarrow p_i = c_i - \frac{q_i}{q_i'} \tag{7}$$

onde $q_i' = dq_i / dp_i$. Mas, por meio do sistema de demanda descrito em (1), tem-se que:

$$\frac{q_i}{q_i'} = \frac{\alpha_i p_i^{-\beta_i} p_j^{\gamma}}{\left(-\beta_i p_i^{-1}\right)\alpha_i p_i^{-\beta_i} p_j^{\gamma}} = -\frac{p_i}{\beta_i} \tag{8}$$

Portanto, por meio da inserção de (8) em (7), tem-se:

$$p_i = c_i + \frac{p_i}{\beta_i} \rightarrow p_i = \left(\frac{1}{1 - 1/\beta_i}\right)c_i, \quad \beta_i > 1 \tag{9}$$

E, por meio da substituição de (4) em (9), tem-se que:

$$p_i = \tilde{\beta}_i c_i = \tilde{\beta}_i \varphi_i q_i \tag{10}$$

Onde $\tilde{\beta}_i = \dfrac{1}{1 - 1/\beta_i} = \dfrac{\beta_i}{\beta_i - 1}$. Substituindo-se (1) em (10):

$$p_i = \tilde{\beta}_i \varphi_i \alpha_i p_i^{-\beta_i} p_j^{\gamma} \rightarrow p_i^{1+\beta_i} = \left(\alpha_i \tilde{\beta}_i \varphi_i\right) p_j^{\gamma} \tag{11}$$

Depois de manipulação adicional, tem-se que:

$$p_i = \Omega_i^{\hat{\beta}_i} p_j^{\hat{\beta}_i \gamma} \tag{12}$$

Onde $\hat{\beta}_i = \left(1 + \beta_i\right)^{-1}$ e $\Omega_i = \alpha_i \tilde{\beta}_i \varphi_i$. (12) na verdade representa a chamada ***curva de melhor resposta*** do operador i, aos movimentos em preço do operador j. Tem-se, portanto, o seguinte sistema de funções de reação, W:

$$W = \begin{cases} p_i = R_i\left(p_j\right) = \Omega_i^{\hat{\beta}_i} p_j^{\hat{\beta}_i \gamma} \\ p_j = R_j\left(p_i\right) = \Omega_j^{\hat{\beta}_j} p_i^{\hat{\beta}_j \gamma} \end{cases} \tag{13}$$

Solucionando-se W por meio da substituição de p_j em $R_i(p_j)$, tem-se:

$$p_i = \Omega_i^{\hat{\beta}_i} \left(\Omega_j^{\hat{\beta}_j} p_i^{\hat{\beta}_j \gamma}\right)^{\hat{\beta}_i \gamma} = \Omega_i^{\hat{\beta}_i} \Omega_j^{\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \gamma} p_i^{\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \gamma^2} \rightarrow p_i^{1-\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \gamma^2} = \Omega_i^{\hat{\beta}_i} \Omega_j^{\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \gamma} \tag{14}$$

E, com desenvolvimentos adicionais – e tendo-se os mesmo passos para R_j (p_i) –, temos assim o seguinte vetor de preços no Equilíbrio de Nash:

$$\left\{p_i^*, p_j^*\right\} = \left\{\Omega_i^{\hat{\beta}_i r_{ij}} \Omega_j^{\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \gamma r_{ij}}, \Omega_j^{\hat{\beta}_j r_{ij}} \Omega_i^{\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \gamma r_{ij}}\right\} \tag{15}$$

Onde $r_{ij} = \left(1 - \hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \gamma^2\right)^{-1}$. E, finalmente, por meio da utilização do indice de diferenciação de produtos em (2):

$$\left\{p_i^*, p_j^*\right\} = \left\{\Omega_i^{\hat{\beta}_i r_{ij}} \Omega_j^{\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \theta^{0.5} \beta_i^{0.5} \beta_j^{0.5} r_{ij}}, \Omega_j^{\hat{\beta}_j r_{ij}} \Omega_i^{\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \theta^{0.5} \beta_i^{0.5} \beta_j^{0.5} r_{ij}}\right\} \tag{16}$$

Onde $r_{ij} = \left(1 - \hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \theta \ \beta_i \ \beta_j\right)^{-1}$. É importante enfatizar que (15) é a solução em preços esperada em um determinado mercado onde os operadores competem livremente em preços. Uma equação de lucros que incorpore a solução em (16) é, dessa forma, indubitavelmente superior à encontrada em (5) pelo simples fato de, enquanto esta é por demais geral, a primeira embute restrições condizentes com uma racionalidade de mercado, retratando mais fielmente uma realidade específica. Para se alcançar uma equação de lucros desse tipo, alguns passos algébricos adicionais sao necessários. Por meio da substituição de (3) em (5), tem-se que:

$$\pi_i = p_i q_i - TC_i \rightarrow \pi_i = p_i q_i - FC_i - \frac{\varphi_i}{2} q_i^2 \tag{17}$$

E, pela substituição de (10) em (17):

$$\pi_i = \tilde{\beta}_i \varphi_i q_i^2 - FC_i - \frac{\varphi_i}{2} q_i^2 \tag{18}$$

Se movermos o termo de custos fixos do lado esquerdo da equação, teremos o seguinte resultado:

$$\pi_i + FC_i = \left(\tilde{\beta}_i - \frac{1}{2}\right) \varphi_i q_i^2 = \tilde{\pi}_i \tag{19}$$

Onde em (19), $\tilde{\pi}_i$ designa os lucros brutos da contabilização dos custos fixos. Por meio da substituição de (1) em (19), tem-se que:

$$\tilde{\pi}_i = \breve{\beta}_i \varphi_i q_i^2 = \breve{\beta}_i \varphi_i \alpha_i^2 p_i^{-2\beta_i} p_j^{2\gamma} = \tilde{\Omega}_i p_i^{-2\beta_i} p_j^{2\gamma} \tag{20}$$

Onde $\breve{\beta}_i = \tilde{\beta}_i - \frac{1}{2}$ e $\tilde{\Omega}_i = \alpha_i^2 \breve{\beta}_i \varphi_i$. Mas, por definição, no equilíbrio, tem-se que $p_i = p_i^*$ e $p_j = p_j^*$. Portanto, por meio da substituição de (16) em (20):

$$\tilde{\pi}_i^* = \tilde{\Omega}_i \Omega_i^{v_{ij}} \Omega_j^{w_{ij}} \tag{21}$$

Onde $v_{ij} = -2\beta_i \hat{\beta}_i r_{ij} \left(1 - \theta \beta_j \hat{\beta}_j\right)$ e $w_{ij} = 2\hat{\beta}_j \theta^{0.5} \beta_i^{0.5} \beta_j^{0.5} r_{ij} \left(1 - \beta_i \hat{\beta}_i\right)$.

Pode-se perceber em (21), que a função lucros de equilíbrio proposta possui razoável grau de complexidade se os expoentes v_{ij} e w_{ij} sao considerados em sua forma original. Como forma de incrementar a simplicidade da equação, sem perder em poder explicativo no que tange ao modelo comportamental associado, a seguinte aproximação é considerada. Primeiramente, considere a seguinte manipulação, envolvendo o logaritmo neperiano da constante **e**, em (21):

$$\tilde{\pi}_i^* = \tilde{\Omega}_i \Omega_i^{\ln\left(e^{v_{ij}}\right)} \Omega_j^{\ln\left(e^{w_{ij}}\right)} \tag{22}$$

A aproximação aqui utilizada diz respeito às função entre parênteses nos expoentes de (22). Considere portanto a seguinte aproximação:

$$e^{v_{ij}} \approx \bar{v}_{ij} = v_0 \beta_i^{v_1} \beta_j^{v_2} \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^{v_3} \quad , \quad e^{w_{ij}} \approx \bar{w}_{ij} = w_0 \beta_i^{w_1} \beta_j^{w_2} \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^{w_3} \tag{23}$$

Com relação à aproximação proposta em (23), foram realizados experimentos numéricos por meio de amostragens artificiais e estimações de mínimos quadrados, e estes permitiram evidências suficientes de que tal proposta incorre em um “erro relativo de aproximação” (sugerido em Burden e Faires, 1993), que é inferior a dez por cento das funções originais, para uma considerável gama de valores de β_i, β_j e θ. Os únicos casos que suscitaram uma aproximação com desempenho considerado fraco, foram os de θ muito proximo a zero ou um – isto é, perfeita substituição ou perfeita independência entre os operadores –, situação esta que, indubitavelmente pode ser descartada na maioria dos casos de competição em transportes. Tem-se, portanto, a seguinte expressão de lucros de equilíbrio, brutos dos custos fixos:

$$\tilde{\pi}_i^* = \tilde{\Omega}_i \Omega_i^{\ln \bar{v}_{ij}} \Omega_j^{\ln \bar{w}_{ij}} \tag{24}$$

4. DEFINIÇÕES ADICIONAIS E DESENVOLVIMENTOS ALGÉBRICOS FINAIS

Esta sessão promove o detalhamento das formas funcionais de alguns dos parâmetros mais importantes presentes implicita ou explicitamente em (24). Em primeiro lugar, pode-se modelar os termos das *vantagens absolutas da demanda* da seguinte forma (os α's):

$$\alpha_i = \alpha_{i0} \prod_{e=1}^{E} X_e^{\alpha_{ie}} \quad , \quad \alpha_j = \alpha_{j0} \prod_{e=1}^{E} X_e^{\alpha_{je}} \tag{25}$$

Onde α_{i0}, α_{j0}, α_{ie} and α_{je} são parâmetros e X_e, e = 1, ..., E, são variáveis explicativas. Considere também as seguintes funções e transformações advindas dos termos das *elasticidades-preço próprias* (os β's):

$$\beta_i = \beta_{i0} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\beta_{ig}} \quad , \quad \beta_j = \beta_{j0} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\beta_{jg}} \tag{26}$$

$$\tilde{\beta}_i = \tilde{\beta}_{i0} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\tilde{\beta}_{ig}} \; , \quad \tilde{\beta}_j = \tilde{\beta}_{j0} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\tilde{\beta}_{jg}} \; , \quad \text{and } \breve{\beta}_i = \breve{\beta}_{i0} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\breve{\beta}_{ig}}$$

Onde β_{i0}, β_{j0}, $\tilde{\beta}_{i0}$, $\tilde{\beta}_{j0}$, $\breve{\beta}_{i0}$, β_{ig}, β_{jg}, $\tilde{\beta}_{ig}$, $\tilde{\beta}_{jg}$, e $\breve{\beta}_{ig}$, são parâmetros e T_g, g = 1, ..., G, são variáveis deslocadoras das elasticidades-preço próprias da demanda. Definindo-se também uma função de *retornos à densidade* para os operadores (os φ's):

$$\varphi_i = \varphi_{i0} \prod_{f=1}^{F} Y_f^{\varphi_{if}} \quad , \quad \varphi_j = \varphi_{j0} \prod_{f=1}^{F} Y_f^{\varphi_{jf}} \tag{27}$$

Onde φ_{i0}, φ_{j0}, φ_{if} e φ_{jf} sao parâmetros e Y_f, f = 1, ..., F, são variáveis explicativas. Por fim, considere a seguinte definição de uma relação de *diferenciação de produto* entre as operadoras:

$$\ln\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) = \theta_0 + \sum_{h=1}^{H} \theta_h \ln Z_h \tag{28}$$

Onde θ_0 e θ_h são parâmetros e Z_h, h = 1, ..., H, são variáveis independentes que afetam o índice de diferenciação de produtos entre os operadores no mercado.

Uma vez feitas as definições acima, pode-se voltar ao desenvolvimento da equação de lucros em (24). Explicitando-se os termos relativos aos Ω's, presentes em (24), definidos em (20), tem-se que:

$$\tilde{\pi}_i^* = \left(\alpha_i^2 \breve{\beta}_i \varphi_i\right)\left(\alpha_i \tilde{\beta}_i \varphi_i\right)^{\ln \bar{v}_{ij}} \left(\alpha_j \tilde{\beta}_j \varphi_j\right)^{\ln \bar{w}_{ij}} \tag{29}$$

O que, com alguma manipulação adicional, torna-se:

$$\tilde{\pi}_i^* = \left(\alpha_i^{2+\ln \bar{v}_{ij}} \alpha_j^{\ln \bar{w}_{ij}}\right)\left(\breve{\beta}_i \tilde{\beta}_i^{\ln \bar{v}_{ij}} \tilde{\beta}_j^{\ln \bar{w}_{ij}}\right)\left(\varphi_i^{1+\ln \bar{v}_{ij}} \varphi_j^{\ln \bar{w}_{ij}}\right) \tag{30}$$

(30) tem três termos em parênteses. A idéia é promover a manipulação de cada um deles, utilizando-se as definições acima efetuadas. Começando com os termos relativos à definição em (25), presentes no primeiro termo entre parênteses, tem-se:

$$\alpha_i^{2+\ln \bar{v}_{ij}} \alpha_j^{\ln \bar{w}_{ij}} = \left(\alpha_{i0}^{2+\ln \bar{v}_{ij}} \prod_{e=1}^{E} X_e^{2\alpha_{ie} + \alpha_{ie} \ln \bar{v}_{ij}}\right)\left(\alpha_{j0}^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{e=1}^{E} X_e^{\alpha_{je} \ln \bar{w}_{ij}}\right) = \tag{31}$$

$$= \alpha_{i0}^{2+\ln \bar{v}_{ij}} \alpha_{j0}^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{e=1}^{E} X_e^{2\alpha_{ie} + \alpha_{ie} \ln \bar{v}_{ij} + \alpha_{je} \ln \bar{w}_{ij}}$$

De forma análoga, e substituindo (26) no segundo termo entre parênteses de (30):

$$\breve{\beta}_i \tilde{\beta}_i^{\ln \bar{v}_{ij}} \tilde{\beta}_j^{\ln \bar{w}_{ij}} = \left(\tilde{\beta}_{j0} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\tilde{\beta}_{jg}}\right)\left(\beta_{i0}^{\bar{v}_{ij}} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\beta_{ig} \ln \bar{v}_{ij}}\right)\left(\beta_{j0}^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\beta_{jg} \ln \bar{w}_{ij}}\right) = \tag{32}$$

$$= \tilde{\beta}_{j0} \beta_{i0}^{\ln \bar{v}_{ij}} \beta_{j0}^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\tilde{\beta}_{jg} + \beta_{ig} \ln \bar{v}_{ij} + \beta_{jg} \ln \bar{w}_{ij}}$$

E por fim, substituindo-se (27) no terceiro termo entre parêntese de (30):

$$\varphi_i^{1+\ln \bar{v}_{ij}} \varphi_j^{\ln \bar{w}_{ij}} = \left(\varphi_{i0}^{1+\ln \bar{v}_{ij}} \prod_{f=1}^{F} Y_f^{\varphi_{if} + \varphi_{if} \ln \bar{v}_{ij}}\right)\left(\varphi_{j0}^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{f=1}^{F} Y_f^{\varphi_{jf} \ln \bar{w}_{ij}}\right) = \tag{33}$$

$$= \varphi_{i0}^{1+\ln \bar{v}_{ij}} \varphi_j^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{f=1}^{F} Y_f^{\varphi_{if} + \varphi_{if} \ln \bar{v}_{ij} + \varphi_{jf} \ln \bar{w}_{ij}}$$

Adicionalmente, pode-se desenvolver as expressões relativas aos logaritmos de $\bar{v}_{ij}$ e $\bar{w}_{ij}$, os expoentes de (30). Em primeiro lugar, com relação a $\overline{v}_{ij}$, e a partir de (23) e dos desenvolvimentos em (25)-(33), tem-se que:

$$\ln \overline{v}_{ij} = v_0 + v_1 \ln \beta_i + v_2 \ln \beta_j + v_3 \ln\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) = \tag{34}$$

$$= v_0 + v_1 \ln\left(\beta_{i0}\prod_{g=1}^{G} T_g^{\beta_{ig}}\right) + v_2 \ln\left(\beta_{j0}\prod_{g=1}^{G} T_g^{\beta_{jg}}\right) + v_3\left(\theta_0 + \sum_{h=1}^{H}\theta_h \ln Z_h\right)$$

O que, com alguma manipulação adicional, se transforma em:

$$\ln \overline{v}_{ij} = v_0 + v_1 \ln \beta_{i0} + v_1 \sum_{g=1}^{G} \beta_{ig} \ln T_g + v_2 \ln \beta_{j0} \tag{35}$$

$$+ v_2 \sum_{g=1}^{G} \beta_{jg} \ln T_g + v_3\theta_0 + v_3 \sum_{h=1}^{H} \theta_h \ln Z_h =$$

$$= \left(v_0 + v_1 \ln \beta_{i0} + v_2 \ln \beta_{j0} + v_3\theta_0\right)$$

$$+ \sum_{g=1}^{G}\left(v_1\beta_{ig} + v_2\beta_{jg}\right)\ln T_g + \sum_{h=1}^{H} v_3\theta_h \ln Z_h$$

E, portanto, pode-se alcançar o seguinte desenvolvimento:

$$\ln \overline{v}_{ij} = \widehat{v}_0 + \sum_{g=1}^{G} \widehat{v}_{1g} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \widehat{v}_{2h} \ln Z_h \tag{36}$$

Onde $\widehat{v}_0, \widehat{v}_{1g}, \widehat{v}_{2h}$ são os parâmetros resultantes da manipulação. Por meio de manipulação análoga em $\overline{w}_{ij}$, pode-se chegar ao seguinte desenvolvimento:

$$\ln \overline{w}_{ij} = \widehat{w}_0 + \sum_{g=1}^{G} \widehat{w}_{1g} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \widehat{w}_{2h} \ln Z_h \tag{37}$$

Onde $\widehat{w}_0, \widehat{w}_{1g}, \widehat{w}_{2h}$ são os parâmetros resultantes. Fazendo-se os devidos desenvolvimentos nos expoentes de X_e, em (31), tem-se:

$$2\alpha_{ie} + \alpha_{ie} \ln \overline{v}_{ij} + \alpha_{je} \ln \overline{w}_{ij} = \tag{38}$$

$$= 2\alpha_{ie} + \alpha_{ie}\widehat{v}_0 + \sum_{g=1}^{G} \alpha_{ie}\widehat{v}_{1g} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \alpha_{ie}\widehat{v}_{2h} \ln Z_h +$$

$$+ \alpha_{ie}\widehat{w}_0 + \sum_{g=1}^{G} \alpha_{je}\widehat{w}_{1g} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \alpha_{je}\widehat{w}_{2h} \ln Z_h$$

E, com a seguinte manipulação adicional,

$$2\alpha_{ie} + \alpha_{ie} \ln \overline{v}_{ij} + \alpha_{je} \ln \overline{w}_{ij} = \tag{39}$$

$$= \left(2\alpha_{ie} + \alpha_{ie}\widehat{v}_0 + \alpha_{ie}\widehat{w}_0\right) +$$

$$+ \sum_{g=1}^{G}\left(\alpha_{ie}\widehat{v}_{1g} + \alpha_{je}\widehat{w}_{1g}\right)\ln T_g + \sum_{h=1}^{H}\left(\alpha_{ie}\widehat{v}_{2h} + \alpha_{je}\widehat{w}_{2h}\right)\ln Z_h$$

Obtém-se a seguinte expressão, ainda para os expoentes de X_e, na equação (31);

$$2\alpha_{ie} + \alpha_{ie} \ln \bar{v}_{ij} + \alpha_{je} \ln \bar{w}_{ij} = \dot{\alpha}_{0e} + \sum_{g=1}^{G} \dot{\alpha}_{1eg} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \dot{\alpha}_{2eg} \ln Z_h \tag{40}$$

Os resultados em (40) podem ser extendidos para os expoentes das variáveis T_g e Y_f em (32) e (33), respectivamente. Assim, tem-se, para os exponentes de T_g (32):

$$\tilde{\beta}_{jg} + \beta_{ig} \ln \bar{v}_{ij} + \beta_{jg} \ln \bar{w}_{ij} = \dot{\beta}_{0e} + \sum_{g=1}^{G} \dot{\beta}_{1eg} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \dot{\beta}_{2eg} \ln Z_h \tag{41}$$

Onde $\dot{\beta}_{0e}$, $\dot{\beta}_{1eg}$, $\dot{\beta}_{2eg}$ são parâmetros resultantes. E, para os exponentes de Y_f (33):

$$\varphi_{if} + \varphi_{if} \ln \bar{v}_{ij} + \varphi_{jf} \ln \bar{w}_{ij} = \dot{\varphi}_{0e} + \sum_{g=1}^{G} \dot{\varphi}_{1eg} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \dot{\varphi}_{2eg} \ln Z_h \tag{42}$$

Onde $\dot{\varphi}_{0e}$, $\dot{\varphi}_{1eg}$, $\dot{\varphi}_{2eg}$ são também parâmetros resultantes. Assim, por substituição de (40) em (31), de (41) em (32), e de (42) em (33), tem-se os seguintes resultados:

$$\begin{aligned}
\alpha_i^{2+\ln \bar{v}_{ij}} \alpha_j^{\ln \bar{w}_{ij}} &= \alpha_{i0}^{2+\ln \bar{v}_{ij}} \alpha_{j0}^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{e=1}^{E} X_e^{\dot{\alpha}_{0e} + \sum_{g=1}^{G} \dot{\alpha}_{1eg} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \dot{\alpha}_{2eh} \ln Z_h} \\
\breve{\beta}_i \tilde{\beta}_i^{\ln \bar{v}_{ij}} \tilde{\beta}_j^{\ln \bar{w}_{ij}} &= \tilde{\beta}_{j0} \beta_{i0}^{\ln \bar{v}_{ij}} \beta_{j0}^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{g=1}^{G} T_g^{\dot{\beta}_{0e} + \sum_{g=1}^{G} \dot{\beta}_{1g} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \dot{\beta}_{2gh} \ln Z_h} \\
\varphi_i^{1+\ln \bar{v}_{ij}} \varphi_j^{\ln \bar{w}_{ij}} &= \varphi_{i0}^{1+\ln \bar{v}_{ij}} \varphi_j^{\ln \bar{w}_{ij}} \prod_{f=1}^{F} Y_f^{\dot{\varphi}_{0f} + \sum_{g=1}^{G} \dot{\varphi}_{1fg} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \dot{\varphi}_{2fh} \ln Z_h}
\end{aligned} \tag{43}$$

Por meio da utilização dos resultados em (43), inserindo-os em (30), é possível alcançar uma função de lucros de equilíbrio que, se linearizada por logaritmos, é representada pela seguinte expressão final:

$$\begin{aligned}
\ln \tilde{\pi}_i = \pi_0 &+ \sum_{e=1}^{E} \pi_{1e} \ln X_e + \sum_{f=1}^{F} \pi_{2f} \ln Y_f + \sum_{g=1}^{G} \pi_{3g} \ln T_g + \sum_{h=1}^{H} \pi_{4h} \ln Z_h + \\
&\sum_{e}^{E} \sum_{g}^{G} \pi_{5eg} \ln X_e \ln T_g + \sum_{e}^{E} \sum_{h}^{H} \pi_{6eh} \ln X_e \ln Z_h + \sum_{f}^{F} \sum_{g}^{G} \pi_{7fg} \ln Y_f \ln T_g + \\
&\sum_{f}^{F} \sum_{h}^{H} \pi_{8fh} \ln Y_f \ln Z_h + \sum_{g}^{G} \sum_{h}^{H} \pi_{9gh} \ln T_g \ln Z_h + \sum_{g}^{G} \pi_{10g} \left(\ln T_g\right)^2
\end{aligned} \tag{44}$$

Onde $\pi_0, \pi_{1e}, \pi_{2f}, \pi_{3g}, \pi_{4h}, \pi_{5eg}, \pi_{6eh}, \pi_{7fg}, \pi_{8fh}, \pi_{9gh}, \pi_{10g}$ são parâmetros resultantes.

A especificação de lucros em (44) é similar a uma função do tipo **translogarítmica**, guardando, portanto, as mesmas vantagens e desvantagens da mesma. Por um lado, pode ser vista como suficientemente flexível para reproduzir o comportamento nos mais diversos mercados e sob as mais diversas circunstâncias, o que é considerado desejável, dado que a imposição de formas funcionais muito restritivas comprometem a qualidade dos estudos teóricos e empíricos decorrentes. Esta vantagem é ainda mais realçada em se considerando que (44) está diretamente associada a um modelo comportamental de mercado.

Por outro lado, entretanto, é importante frisar que formas funcionais à la *translog*, como (44), são limitadas no sentido de que se tornam por demasia complexas, sobretudo na medida em que variáveis explicativas são adicionadas aos somatórios envolvendo X (vantagens absolutas de demanda), Y (economias de densidade), T (elasticidade-preço própria da demanda) e Z (diferenciação de produto). De fato, nesse caso, o número de termos de segunda ordem cresce mais do que proporcionalmente, na medida em que os vetores envolvidos crescem. Essa é uma limitação importante, sobretudo em estudos econométricos dos lucros, dado que acarreta em uma redução crucial no número de graus de liberdade dos modelos empíricos.

Tem-se, em geral, um *trade-off* entre os ganhos permitidos pela grande flexibilidade que o analista alcança por meio de (44), e a complexidade que a mesma acarreta, sobretudo com um número mediano de variáveis explicativas no lado direito da equação; exemplos de funções de lucros semelhantes a (44) são encontrados na literatura empírica, como Mullineaux (1978) e Slade (1986); aplicações ao setor de transportes são encontrada em, por exemplo, Caves *et al.* (1984), e, para o caso brasileiro, Silveira (2003), mas estas lidam com função de custos e não de lucros, como no presente caso. Para o caso específico da relação de lucros (44), vide a aplicação empírica de Oliveira (2004).

Obviamente, tem-se que uma alternativa a (44) é a imposição da restrição onde todos os termos quadráticos e cruzados sejam iguais a zero; tais restrições reduzem (44) a uma função de lucros de equilíbrio do tipo Cobb-Douglas e podem ser testadas estatisticamente, caso o analista esteja utilizando-se de métodos econométricos.

5. CONCLUSÕES

A motivação principal do presente trabalho foi a de prover à literatura de transportes nacional, com um arcabouço teórico para estudo da variável de lucros de operadores que fosse, ao mesmo tempo, flexível, facilmente implementável em aplicações empíricas, e, sobretudo, embasado em modelagem comportamental.

Como resultado dos desenvolvimentos algébricos aqui adotados, utilizando-se a premissa de competição entre dois operadores, ou grupos de operadores, considerados racionais e maximizadores de lucros, chegou-se a uma forma funcional flexível, muito similar aos conhecidos modelos translogarítmicos.

O entendimento final deste estudo é o de que a proposta aqui desenvolvida, ao considerar estruturas não-monopolísticas e envolvendo situações de competição de preços, permite uma melhor análise e compreensão dos fenômenos associados a mercados total ou parcialmente desregulamentados, tanto sob a ótica do operador – que deseja avaliar seu próprio desempenho no mercado –, quanto sob a ótica da autoridade concedente, reguladora, ou mesmo antitruste – que desejam monitorar os setores de forma a estabelecer situações de maximização de bem-estar social.

Agradecimentos
O autor agradece o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baumol W., Panzar J., e Willig R. (1982) *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*. Harcourt Brace Jovanovich, New York.

Burden R. e Faires J. (1997) *Numerical Analysis*. ITP, Pacific Grove.

Campisi, D. e Gastaldi, M. (1996) Environmental protection, economic efficiency and intermodal competition in freight transport. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 4, n. 6.

Caves, D., Christensen, L., & Tretheway, M. (1984) Economies of Density versus Economies of Scale: Why Trunk and Local Service Airline Costs Differ. The Rand Journal of Economics 15, 471-489.

Combes, P. e Linnemer, L. (2000) Intermodal competition and regional inequalities. *Regional Science and Urban Economics*, vol. 30, n. 2.

Dixit, A. (1979) A Model of Duopoly Suggesting a Theory of Entry Barriers. Bell Journal of Economics 10, 20-32.

Dodgson, J., Newton, C. e Katsoulacos,Y. (1992) A modelling framework for the empirical analysis of predatory behaviour in the bus services industry. *Regional Science and Urban Economics*, vol. 22, n. 1.

Gibb, R., Lowndes, T. e Charlton, C. (1996) The privatization of British Rail. *Applied Geography*, vol. 16, n. 1.

Gibbons R. (1992*) Game Theory for Applied Economists*. Princeton University Press.

Ito, H. & Lee, D. (2003) Low Cost Carrier Growth in the U.S. Airline Industry: Past, Present, and Future. Department of Economics Working Papers - Brown University.

Jensen, A. (1998) Competition in railway monopolies. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 34, n. 4.

Mackie, P. e Preston, J. (1996) *The Local Bus Market: A Case Study of Regulatory Change*. Avebury, Ashgate Publishing Limited, England (1996).

Mullineaux, D. (1978) Economies of Scale and Organizational Efficiency in Banking: A Profit-Function Approach. Journal of Finance 33, 259-280.

Oliveira, A. V. M. (2004) Estimation of a Model of Low Cost Carrier Entry. *ESRC Econometric Study Group - Annual Conference*. Bristol, UK. 15-17 de Julho.

Oliveira, A. V. M. e Turolla, F. A. (2004) Competição, Colusão e Antitruste: Estimação da conduta competitiva de companhias aéreas. *Revista Brasileira de Economia* (Edição Futura).

Salvanes, K., Steen, F., & Sørgard, L. (2003) Collude, Compete or Both? Deregulation in the Norwegian Airline Industry. *Journal of Transport Economics and Policy* 37, n.3.

Silveira J. (2003) *Transporte Aéreo Regular no Brasil: Análise Econômica e Função de Custo*. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Singh, N. & Vives, X. (1984) Price and Quantity Competition in a Differentiated Duopoly. Rand Journal of Economics 15, 546-554.

Slade, M. (1986) Taxation of Non-Renewable Resources at Various Stages of Production. Canadian Journal of Economics 19, 281-297.

Yang, H., Yan Kong, H. e Meng, Q. (2001) Value-of-time distributions and competitive bus services. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 37, n.6.