

# **MODELAGEM DO ENSAIO DE MÓDULO DINÂMICO E DE COMPRESSÃO DIAMETRAL DE CARGAS CÍCLICAS ATRAVÉS DE CURVA DE FLUÊNCIA E DO PRINCÍPIO DA CORRESPONDÊNCIA ELASTO-VISCOELÁSTICA**

**Klaus M. Theisen**

Aluno do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Washington P. Núñez**

**Eduardo Bittencourt**

Docentes do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## **RESUMO**

O presente trabalho apresenta uma formulação baseada na teoria da viscoelasticidade e em definições de parâmetros constitutivos usuais de misturas asfálticas, no qual da curva de fluência de uma dada mistura, se determine parâmetros como o módulo dinâmico a várias frequências de carga senoidal e o módulo de resiliência. Com os dados de uma curva de fluência publicada em referência, constatou-se uma boa modelagem do módulo dinâmico em função da frequência, concordando com a tendência observada nos dados experimentais, fato não ocorrido com relação ao ângulo de fase. Quanto ao módulo de resiliência, constataram-se deslocamentos viscoelásticos predominantes no pulso de deslocamentos resultantes, onde nem todas as parcelas têm magnitude significativa, além de influência de parcelas viscoelásticas no módulo de resiliência.

## **ABSTRACT**

This article presents a formulation based in the viscoelasticity theory and definitions of usual constitutive parameters of asphalt mixes. From a creep compliance curve of a given mixture, parameters as the dynamic modulus for different sinusoidal load frequencies and the resilient modulus were obtained. With the data of a creep compliance curve obtained from literature, it was observed a good modeling of the dynamic modulus in function of the frequency, agreeing with the tendency observed in the experimental data, fact not occurred in the case of the phase angle. About the resilient modulus, it was observed predominant viscoelastic displacements in the resultant displacements pulse, where not all viscoelastic displacement allotments had significant magnitude, in addition of viscoelastic allotments influence in the resilient modulus.

## **1. INTRODUÇÃO**

A busca de parâmetros constitutivos que descrevam o comportamento das misturas asfálticas hoje é alvo de muitas pesquisas no estudo deste material. Estes parâmetros são aplicáveis a vários modelos constitutivos, citando-se o modelo elástico linear e principalmente, o viscoelástico, comportamento evidenciado em várias publicações (Falcão e Soares, 20002; Soares e Souza, 2002; Momm, 2001) em ensaios realizados em misturas asfálticas.

Para obtenção destes parâmetros, há vários ensaios, que vão desde o ensaio de compressão diametral sob cargas cíclicas (DNER-ME 133/94, 1994), o ensaio de módulo dinâmico (ASTM D3497-79, 1995) até o ensaio de fluência. Cada um deles possui um procedimento distinto, obtendo-se parâmetros diferentes, mesmo se tratando do mesmo material.

Através de uma série de ensaios, extraem-se diferentes parâmetros do mesmo material, o que enfim acabam sendo parâmetros referentes DO ENSAIO, não diretamente do material. Para qualquer outra condição diferente às aplicadas nos ensaios, os parâmetros constitutivos têm sua validade comprometida.

Para driblar tal comprometimento, há procedimentos de interconversão entre parâmetros de um ensaio para outro. Exemplos disto são os seguintes: a técnica desenvolvida por Park e

Schapery (1999), que obtém os parâmetros da curva de fluência (*creep compliance*) através da curva de relaxação (*relaxation modulus*); e a obtenção de parâmetros do ensaio de módulo dinâmico através de parâmetros da curva de relaxação, segundo Park e Schapery (1999).

Sabendo-se da possibilidade da interconversão com bases na teoria da Viscoelasticidade linear, o presente trabalho usa desta teoria para obter através de resultados de ensaio de fluência parâmetros constitutivos referentes aos ensaios de módulo dinâmico e módulo de resiliência. Soares e Souza (2002) realizaram trabalho semelhante, visto que o presente trabalho pretende tratar a análise de forma mais aprofundada.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Todos os ensaios citados até então neste trabalho buscam impor ao material um comportamento linear, ou seja, as cargas (ou tensões) e/ou deslocamentos (ou deformações) prescritas têm magnitude consideravelmente menor que as limites do material. Dadas estas condições, o modelo constitutivo que descreve o comportamento tensão-deformação dos materiais viscoelásticos lineares é expresso pelas equações 1 e 2:

$$\varepsilon(t) = \int_{\tau_0}^t D(t-\tau) \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (1)$$

$$\sigma(t) = \int_{\tau_0}^t E(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2)$$

onde:  $\varepsilon(t)$ : deformação em função do tempo;  
 $D(t-\tau)$ : curva de fluência ou *creep compliance*;  
 $\sigma(t)$ : tensão em função do tempo;  
 $E(t-\tau)$ : curva de relaxação ou *relaxation modulus*;  
 $\tau$ : instante de início de aplicação de carga;  
 $\tau_0$ : instante inicial de aplicação de carga.

Há vários modelos para descrever  $D(t-\tau)$  e  $E(t-\tau)$  em função do tempo. A forma mais comum em pesquisas sobre misturas asfálticas são as séries de Prony, vistas nas equações 3 e 4:

$$D(t-\tau) = D_0 + \sum_{i=1}^n D_i (1 - e^{-\frac{t-\tau}{\tau_i}}) \quad (3)$$

$$E(t-\tau) = E_{\infty} + \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{t-\tau}{\rho_i}} \quad (4)$$

onde:  $E_{\infty}$ : módulo de equilíbrio a longo tempo;  
 $E_i$ : rigidez elástica de cada elemento Maxwell;  
 $\rho_i$ : tempo de relaxação de cada elemento Maxwell;  
 $D_0$ : compliância inicial ou vítrea;  
 $D_i$ : compliância de cada elemento Kelvin;  
 $\tau_i$ : tempo de retardação de cada elemento Kelvin;  
 $n$ : número de elemento Maxwell/Kelvin na série.

Os parâmetros acima são obtidos através do ajuste das equações 3 e 4 com as curvas de fluência e relaxação, respectivamente. Os métodos mais empregados para tal ajuste são os métodos dos resíduos sucessivos e o *collocation method*, descritos em Huang (1993).

Portanto, conhecidas as tensões/deformações ao longo do tempo, são obtidas as deformações/tensões com o uso das curvas de fluência/relaxação e das equações 1 e 2. Esta relação é válida em problemas de geometria e carregamento unidimensionais, trabalhando-se diretamente com tensões e deformações, exemplificando-se o ensaio de módulo dinâmico.

Caso não se trabalhe diretamente com tensões e deformações, ou que a geometria do problema não seja unidimensional, a modelagem do comportamento do material é feita através do uso do PRINCÍPIO DA CORRESPONDÊNCIA ELASTO-VISCOELÁSTICA (PCEV).

A relação constitutiva básica de materiais viscoelásticos lineares é expressas nas equações 1 e 2, notavelmente distintas da relação constitutiva básica elástico linear. Porém, as equações de equilíbrio e as equações de compatibilidade entre deformações e deslocamentos não mudam com relação à da solução de um problema cujo material é viscoelástico. Assim, a solução de um problema cujo material é viscoelástico linear pode ser obtida a partir da solução do mesmo problema cujo material é elástico linear, aplicando-se o PCEV.

A aplicação do PCEV é simples: consiste na substituição algébrica de parâmetros constitutivos elásticos lineares por parâmetros viscoelásticos lineares na solução do problema. Esta substituição, salvo em casos restritos, não tem sentido se feita no domínio tempo, havendo necessidade de aplicação de Transformada de Laplace para sua execução.

Exemplos didáticos de aplicação do PCEV podem ser vistos em Theisen (2006). Em um destes exemplos, o autor obtém a solução viscoelástica do comportamento de corpos de prova cilíndricos sob carga diametral, no qual será utilizada neste trabalho.

### 3. MODELAGEM DOS ENSAIOS

#### 3.1. Modelagem do ensaio de módulo dinâmico

O ensaio consiste na aplicação de uma carga senoidal (carga harmônica) de magnitude máxima  $\sigma_0$  e frequência  $f$  (frequência angular  $\omega$ ) onde se mede como resposta a deformação produzida ao longo do tempo. Se o comportamento do material é viscoelástico, a resposta a uma solicitação senoidal é senoidal, com magnitude máxima de deformação  $\varepsilon_0$  e uma defasagem com relação à curva de tensão expressa por um ângulo de fase  $\delta$ . Esta resposta é ilustrada na figura 1.

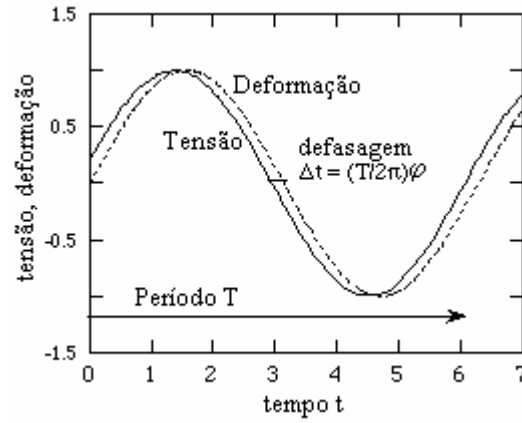
Matematicamente, representa-se a solicitação no ensaio conforme a equação 5. A deformação resultante é expressa pela equação 6:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t) \quad (5)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \delta) \quad (6)$$

Se o ensaio é feito em condições que garantam a unidimensionalidade da geometria e o comportamento viscoelástico linear do material, substituindo-se as equações 3 e 5 na equação 1, considerando-se que  $\tau_0$  é nulo, obtém-se a equação 7:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i e^{-\frac{t}{\tau_i}}}{1 + \omega^2 \tau_i^2} + \left( D_0 + \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right) \sin(\omega t) - \left( \sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right) \cos(\omega t) \right] \quad (7)$$



**Figura 1:** Resultado típico de ensaio de módulo dinâmico em materiais viscoelásticos

Na equação 7, notam-se três parcelas de deformação. A primeira, que contém a função exponencial, se refere ao chamado regime transitório de deformação, onde sua influência é percebida nos instantes iniciais do ensaio, desaparecendo ao longo do tempo. Como a obtenção dos parâmetros no ensaio é feita somente no regime permanente de deformação, desconsidera-se a parcela transitória, onde a deformação é descrita como a equação 8:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[ \left( D_0 + \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right) \sin(\omega t) - \left( \sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right) \cos(\omega t) \right] \quad (8)$$

A equação 8 pode ser reescrita conforme a equação 9:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \sqrt{\left( D_0 + \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right)^2} \sin \left[ \omega t - a \tan \left( \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}{D_0 + \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}} \right) \right] \quad (9)$$

Comparando-se as equações 6 e 9, chegam-se as seguintes equações:

$$\varepsilon_0 = \sigma_0 \sqrt{\left( D_0 + \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right)^2} \quad (10)$$

$$\delta = a \tan \left( \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}{D_0 + \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}} \right) \quad (11)$$

O módulo dinâmico  $|E^*|$  é calculado conforme a equação 12:

$$|E^*| = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\sqrt{\left( D_0 + \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n \frac{\omega \tau_i D_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right)^2}} \quad (12)$$

As equações deduzidas neste tópico serão utilizadas para previsão de resultados de ensaio de módulo dinâmico para uma dada curva de fluência, mostrada no decorrer do trabalho. Ressalta-se que as equações 7 a 12 já foram deduzidas em trabalhos anteriores, como Souza e Soares (2002).

### 3.2. Modelagem do ensaio de módulo de resiliência

O ensaio consiste na aplicação de ciclos de carga-descanso em corpos-de-prova cilíndricos comprimidos diametralmente, medindo-se o deslocamento no sentido perpendicular ao do carregamento entre os pontos extremos de um dado volume representativo. Dependendo do diâmetro do corpo-de-prova e do tamanho máximo nominal do agregado na mistura, este volume representativo varia. Kim *et al.* (2004), por exemplo, mediu deslocamentos em corpos-de-prova de 15,24 cm de diâmetro, onde os extremos dos transdutores de deslocamentos foram colocados nos 5,08 cm centrais de cada diâmetro, reduzindo a influência do efeito de abaulamento e de micro trincas de serragem nas medições.

Usualmente, medem-se deslocamentos entre os extremos horizontais do corpo-de-prova. Assim, a solução elástica para os deslocamentos entre os extremos horizontais de um corpo-de-prova cilíndrico comprimido diametralmente, cuja razão da largura do friso de carga com o diâmetro do corpo-de-prova é de 0,125, é dada por Hondros (1959) e é vista equação 13:

$$\Delta_{2R} = \frac{P}{Eh}(\nu + 0,2699) \quad (13)$$

onde  $\Delta_{2R}$ : deslocamento entre os extremos horizontais;  
P: carga aplicada;  
E: módulo de elasticidade do material;  
h: espessura do corpo-de-prova;  
 $\nu$ : coeficiente de Poisson do material.

Salienta-se que a solução acima é válida para materiais isotrópicos, considerando a mistura asfáltica como tal ao utilizar a equação 13. O coeficiente de Poisson também será considerado constante, utilizando-se o valor usual 0,30.

Aplicando-se o PCEV à equação 13 com as hipóteses mencionadas, obtém-se a equação 14:

$$\Delta_{2R}(t) = \frac{0,2699 + \nu}{h} \int_0^t D(t - \tau) \frac{\partial P(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (14)$$

A função  $P(\tau)$  é vista na equação 15, descreve o pulso de carga durante o trecho carregado:

$$P(t) = \frac{P_0}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) \right] \quad (15)$$

onde:  $P_0$ : pico de carga do pulso de carga;  
 $t_p$ : tempo de duração do pulso de carga nos ciclos carga-descanso.

A forma de pulso de carga expressa na equação 15 foi escolhida devido a se assemelhar ao formato de carga obtido experimentalmente durante as campanhas do LAPAV-UFRGS.

Substituindo-se as equações 3 e 15 na equação 14, obtém-se a equação 16:

$$\Delta_{2R}(t) = \frac{P_0}{h} (0,2699 + \nu) \left\{ \frac{D_0}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) \right] + \pi \sum_{i=1}^n D_i F_i(t, t_p, \tau_i) \right\} \quad (16)$$

$$F_i(t, t_p, \tau_i) = \frac{1}{2\pi} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) \right] + \frac{2\pi\tau_i^2}{4\pi^2\tau_i^2 + t_p^2} \left[ -e^{\frac{-t}{\tau_i}} + \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) - \frac{t_p}{2\pi\tau_i} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) \right] \quad (17)$$

As equações 16 e 17 se referem ao trecho carregado do ciclo carga-descanso do ensaio. Para o trecho descarregado, o deslocamento em função do tempo é descrito pela equação 18:

$$\Delta_{2R}(t) = \sum_{i=1}^n \Delta_{2Ri}(t_p) e^{\frac{t_p - t}{\tau_i}} \quad (18)$$

onde  $\Delta_{2Ri}(t_p)$  é o deslocamento referente à parcela viscoelástica  $i$  no final do trecho carregado.

#### 4. APLICAÇÃO DOS MODELOS OBTIDOS

As equações mostradas no item 3 serão utilizadas em exemplos numéricos para determinação de propriedades constitutivas da mistura asfáltica em questão, representada numericamente pelas constantes  $D_i$  e  $\tau_i$  da sua curva de fluência.

A curva de fluência utilizada neste trabalho vem do trabalho de Gibson *et al.* (2003). Estes ensaiaram misturas cujo agregado é descrito como duro, uma pedra calcária britada de baixa abrasão Los Angeles e diâmetro nominal de agregado de 12,5 mm, dentro dos requerimentos de granulometria das especificações SUPERPAVE. O ligante (não modificado) se enquadra na categoria PG 64-22 de performance SUPERPAVE. Os ensaios foram realizados em corpos-de-prova de 10 cm de diâmetro e 15 cm da altura, com índices de vazios no intervalo de  $4\% \pm 0,5\%$ . Os termos da série de Prony da referida mistura estão na tabela 1:

**Tabela 1:** Constantes da curva\* de fluência da mistura ensaiada por Gibson *et al.* (2003)

i	$D_i(\text{MPa}^{-1})$	$\tau_i(\text{s})$	i	$D_i(\text{MPa}^{-1})$	$\tau_i(\text{s})$
0	$3,459 \cdot 10^{-5}$	-	7	$1,405 \cdot 10^{-4}$	$2,599 \cdot 10^{-1}$
1	$9,042 \cdot 10^{-5}$	$1,125 \cdot 10^7$	8	$5,670 \cdot 10^{-5}$	$1,387 \cdot 10^{-2}$
2	$1,885 \cdot 10^{-4}$	$6,004 \cdot 10^5$	9	$2,367 \cdot 10^{-5}$	$7,402 \cdot 10^{-4}$
3	$3,525 \cdot 10^{-4}$	$3,204 \cdot 10^4$	10	$1,172 \cdot 10^{-5}$	$3,950 \cdot 10^{-5}$
4	$5,769 \cdot 10^{-4}$	$1,710 \cdot 10^3$	11	$4,222 \cdot 10^{-6}$	$2,108 \cdot 10^{-6}$
5	$5,955 \cdot 10^{-4}$	$9,125 \cdot 10^1$	12	$-6,095 \cdot 10^{-8}$	$1,125 \cdot 10^{-7}$
6	$3,396 \cdot 10^{-4}$	4,870			

\*Temperatura de referência de 25°C

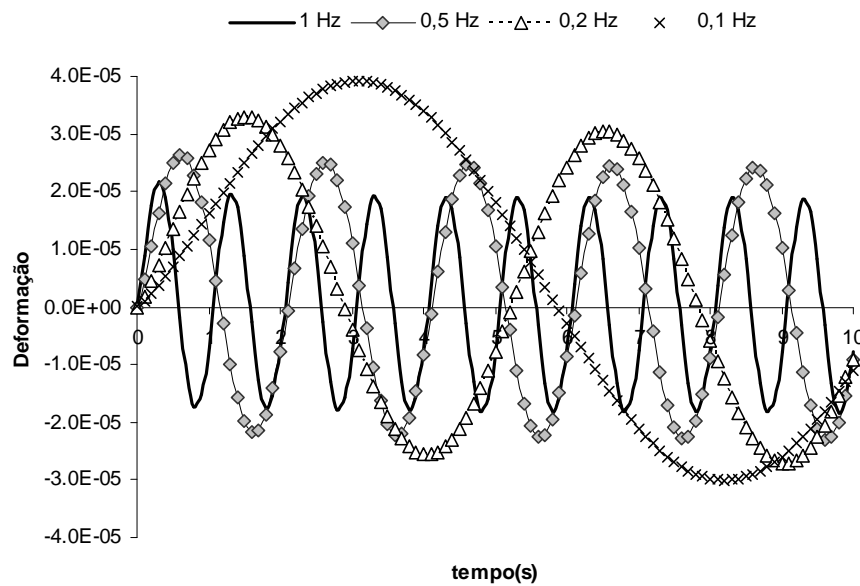
##### 4.1. Aplicação ao ensaio de módulo dinâmico

Com a equação 7 e as constantes da tabela 1 descreve-se o comportamento da mistura em questão quando esta é submetida à carga senoidal em diversas frequências. As figuras 2 e 3 mostram algumas destas curvas, para amplitude do pulso de tensão igual a 100 kPa.

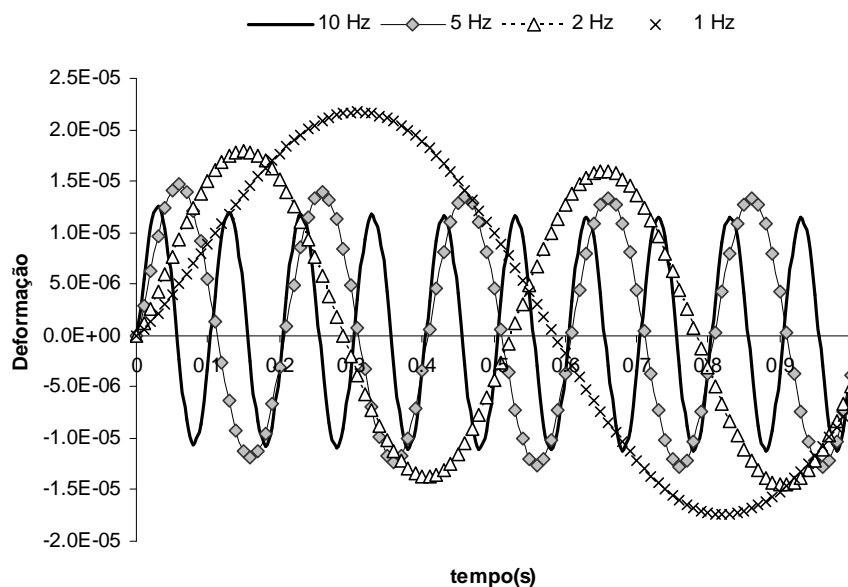
Com as equações 11 e 12 calcula-se módulo dinâmico e o ângulo de fase da mistura a diversas frequências sem o uso dos dados de curvas. A tabela 2 mostra os ângulos de fase e os módulos complexos em função da frequência de carga senoidal obtidos do procedimento:

**Tabela 2:** Módulos dinâmicos e ângulos de fase obtidos

Frequência (Hz)	$ E^* $ (MPa)	$\delta$ (graus)	Frequência (Hz)	$ E^* $ (MPa)	$\delta$ (graus)
0,01	1579	18,8	1	5349	25,3
0,02	1775	21,9	2	6591	21,4
0,05	2392	26,9	5	7669	18,2
0,1	3038	24,0	10	8792	20,1
0,2	3503	20,9	20	10682	19,7
0,5	4225	23,8			



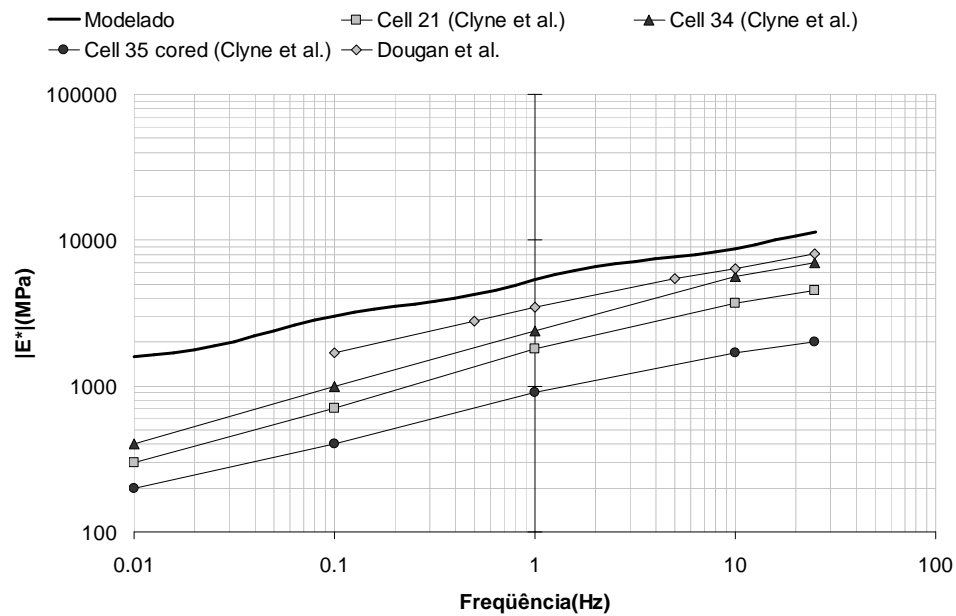
**Figura 2:** Comportamento sob carga senoidal: frequências de 0,1 a 1 Hz



**Figura 3:** Comportamento sob carga senoidal: frequências de 1 a 10 Hz

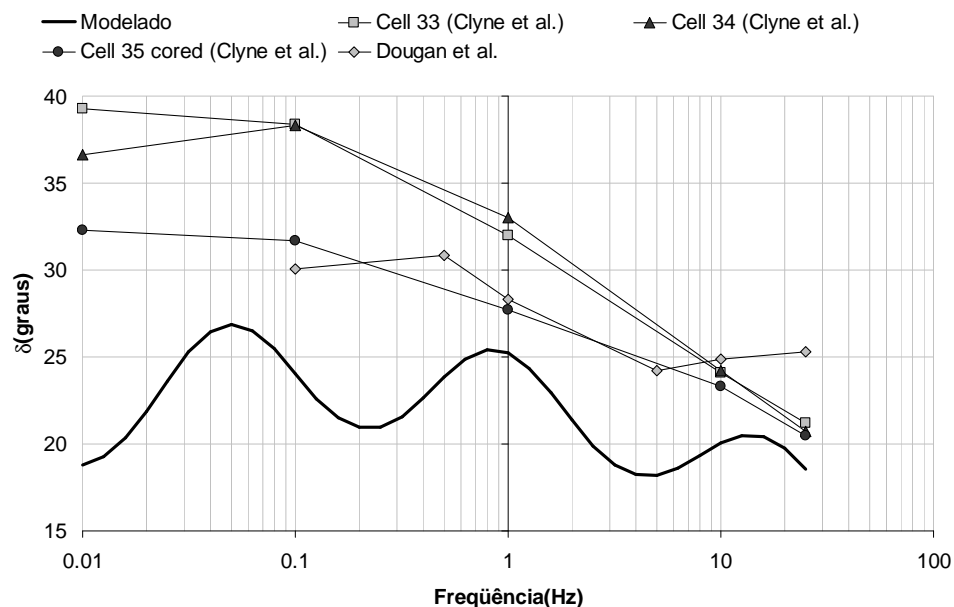
Analisando-se a tabela 2, é visto que o módulo dinâmico cresce com a frequência de aplicação de carga, o que concorda com os resultados obtidos em literatura, citando como exemplos Clyne *et al.* (2003) e Dougan *et al.* (2003).

Os resultados obtidos pelo modelo foram comparados com os resultados das publicações citadas no parágrafo anterior para as temperaturas de 20 e 21,1°C, respectivamente. Na figura 4 é visto que, em escala bi-logarítmica, tanto o modelo quanto os resultados experimentais possuem uma tendência de crescimento linear com o aumento da frequência, demonstrando coerência qualitativa do modelo. Quanto à comparação quantitativa, por depender da natureza da mistura asfáltica, não será discutida aqui.



**Figura 4:** Comparação entre os módulos dinâmicos modelados e obtidos experimentalmente

Quanto ao ângulo de fase, o modelo fornece resultados que não indicam queda ou crescimento com a frequência, mas sim uma oscilação do mesmo dentro do intervalo de frequências estudado. Na figura 5 é vista esta oscilação nitidamente, fenômeno que não ocorre experimentalmente, notando-se uma queda do ângulo de fase em função da frequência em escala logarítmica.



**Figura 5:** Comparação entre os ângulos de fase modelados e obtidos experimentalmente

Observando-se os dados modelados em um intervalo grande de frequências (de 0,01 a 10 Hz), nota-se uma queda no ângulo de fase, porém menos acentuada das dos dados experimentais, entendendo-se que para baixas frequências, o ângulo de fase é subestimado pelo modelo.



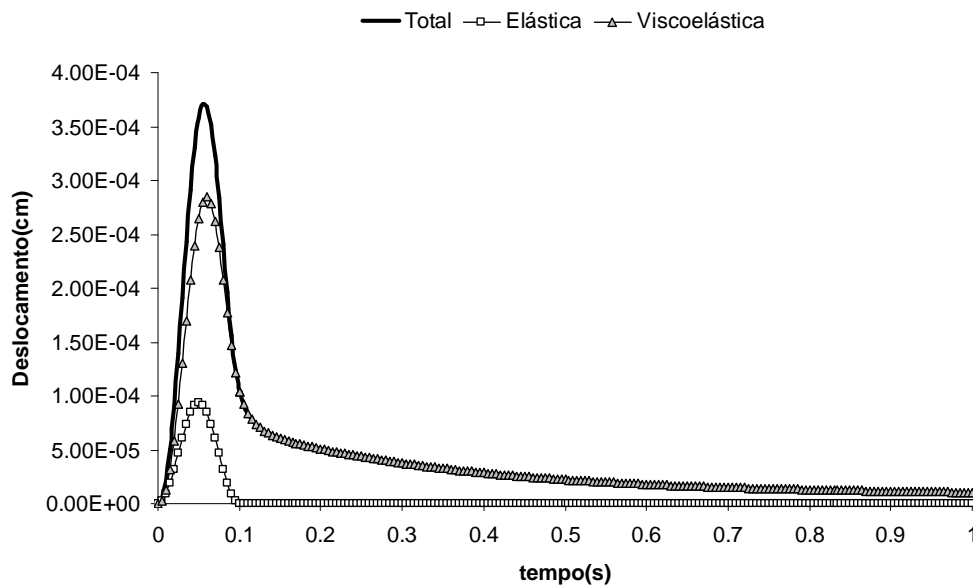
#### 4.2. Aplicação ao ensaio de módulo de resiliência

Com as equações 16, 17 e 18 e os dados da tabela 1 descreve-se o comportamento da mistura em questão submetida a um ciclo de carga-descanso, simulando-se um ensaio de compressão diametral. Arbitrou-se pico de carga de 3 kN, espessura de corpo-de-prova de 6,35 cm e tempo de pulso de carga padrão de 0,1s. A figura 6 mostra o pulso de deslocamento resultante da modelagem e a contribuição das parcelas elástica e viscoelástica no deslocamento total.

Observando-se a figura 6, duas discussões são cabíveis: como cada uma das 12 parcelas viscoelásticas contribuem para o deslocamento total e o fato de que no módulo de resiliência estar se englobando parcelas viscoelásticas.

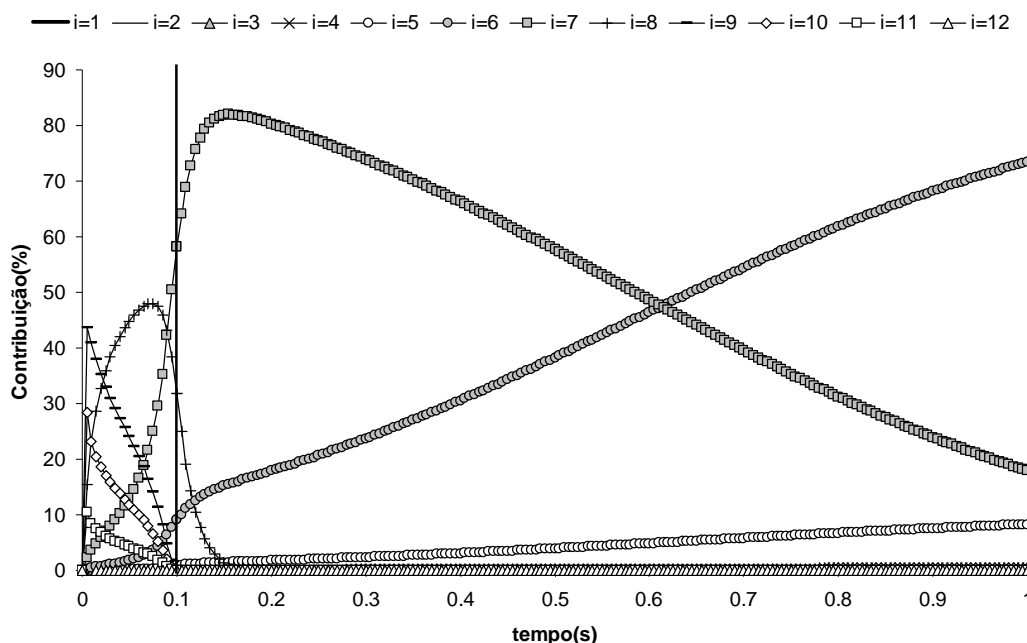
A figura 6 mostra o predomínio de deslocamentos viscoelásticos no trecho carregado, logicamente os únicos presentes no trecho descarregado, constatações já feitas por Soares e Souza (2003). Entretanto, não se mencionou sobre quais parcelas entre as  $n$  obtidas da curva de fluência têm mais influência na parcela viscoelástica de deslocamentos.

Conhecer as parcelas, ou seja, as ordens de grandeza dos tempos de retardação das parcelas, significa ter base para não utilizar parcelas que pouco contribuem no deslocamento total nos extremos de um elemento de volume representativo no corpo-de-prova, e principalmente reduzir o número de constantes a determinar em uma retroanálise com o fim de encontrar parâmetros constitutivos, reduzindo-se o esforço computacional do procedimento.



**Figura 6:** Modelagem do ensaio de módulo de resiliência e contribuição de parcelas

A figura 7 mostra a contribuição de cada uma das parcelas viscoelásticas no deslocamento viscoelástico total. A referência adotada na figura segue a convenção da tabela 1. Pela figura, nota-se que o deslocamento produzido pelas parcelas 1, 2, 3, 4 e 12 é insignificante no deslocamento total. No trecho descarregado, há três parcelas significantes: as parcelas 5, 6 e 7, predominando as duas últimas. Theisen (2006), a partir de retroanálises de curvas do mesmo ensaio também concluiu que com duas parcelas viscoelásticas consegue-se um bom ajuste do trecho descarregado em relação aos deslocamentos totais.



**Figura 7:** Contribuição das parcelas viscoelásticas do deslocamento viscoelástico total

No trecho carregado, há significância de 5 parcelas (7 a 11), sendo visível que as parcelas 9, 10 e 11 têm a mesma tendência no trecho, podendo estas ser englobadas em uma única parcela, somando 3 parcelas significantes. Theisen (2006) também concluiu através de retroanálises que três parcelas de deslocamentos fornecem bom ajuste no trecho carregado.

Também se podem obter módulos de resiliência a partir da curva modelada. Aplicando-se procedimentos de normas, extraí-se da curva um deslocamento que representaria (segundo as normas) o deslocamento da parcela elástica pura entre as existentes na mistura.

A tabela 3 mostra o valor dos deslocamentos referidos no parágrafo anterior extraídos dos procedimentos descritos pelas normas e protocolos indicados na mesma tabela, com o respectivo valor do módulo de resiliência, cujo cálculo é feito conforme a equação 19:

$$MR = \frac{P_0}{\Delta h} (\nu + 0,2699) \quad (19)$$

onde MR: módulo de resiliência;

$\Delta$ : deslocamento extraído da curva de deslocamentos por norma ou protocolo.

**Tabela 3:** Módulos de resiliência obtidos da curva modelada

Procedimento	Deslocamento elástico (cm)	Módulo de resiliência (MPa)
ASTM D4123-82 (ASTM, 1995)	$3,43 \cdot 10^{-4}$	7859
NCHRP 285 (NCHRP, 2004)	$3,11 \cdot 10^{-4}$	8652

Pelos módulos da tabela 3, nota-se que ambos são próximos. No caso, isto foi devido ao formato da curva de deslocamentos não ter uma variação suave de um trecho para outro, resultando em valores próximos de módulo. Este é um caso a parte, pois geralmente os módulos fornecidos pelas diversas normas não são próximos, fato visto em Brito (2006).

Entretanto, comparando-se os deslocamentos na tabela 3 com o deslocamento elástico puro no pico de carga segundo o modelo, há diferença. O referido deslocamento é de  $9,31 \cdot 10^{-5}$  cm, resultando um módulo de 28920 MPa, bastante superior com relação aos vistos na tabela 3.

Porém, considerando-se o dito sobre a contribuição das parcelas viscoelásticas, é plausível considerar as parcelas 9, 10 e 11 como elásticas, devido sua influência nula no trecho descarregado e sua tendência semelhante (figura 7). Assim, o deslocamento elástico de pico é de  $2 \cdot 10^{-4}$  cm, resultando em um módulo de 13462 MPa, mais próximo dos resultados da tabela 3. Assim, deduz-se que o módulo de resiliência não contempla em si a parcela elástica pura de deslocamento somente, mas também parcelas que podem ser consideradas como elásticas, devido seu baixo tempo de retardação. Obviamente isto varia para cada mistura, pois estas têm diferentes números de parcelas e tempos de retardação na curva de fluência.

## 5. CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Visto os resultados da aplicação dos modelos, pode-se concluir que:

- É possível prever o comportamento da mistura quando esta é submetida a uma carga harmônica de diversas frequências, observando-se o que acontece experimentalmente: quanto maior a frequência, menor é a amplitude do pulso de deformação resultante;
- Por consequência, existe o aumento do valor do módulo dinâmico com o aumento da frequência, o que concorda com o que é visto experimentalmente. Tal fato é comprovado ao se observar a figura 4, onde os dados fornecidos pelo modelo e os dados experimentais das referências consultadas seguem uma tendência linear crescente;
- Entretanto, ao modelar o ângulo de fase, o modelo não é eficaz, pois existe uma subestimativa do ângulo de fase para frequências baixas, além de a tendência resultante ser notavelmente diferente com relação aos dados experimentais;
- Ao modelar o ensaio de módulo de resiliência, notou-se predomínio das parcelas viscoelásticas no deslocamento total, como visto na figura 6, no trecho carregado;
- Entretanto, nem todas as parcelas viscoelásticas são importantes no deslocamento total. Muitas podem ser desprezadas devido ao seu tempo de retardação alto, o que as faz não terem tempo suficiente para manifestarem deslocamento em ordem relevante;
- Quanto à obtenção do módulo de resiliência, notou-se que as normas analisadas englobam não apenas a parcela elástica pura no cálculo do deslocamento, mas também parcelas viscoelásticas. É clara a influência das parcelas viscoelásticas de baixo tempo de retardação no módulo de resiliência. Porém, a influência de maiores tempos de retardação deve ser estudada, pois as normas, mesmo considerando no cálculo no módulo as parcelas de baixo tempo de retardação, geram módulos menores.

Em geral, a modelagem mostrada neste trabalho esclarece alguns pontos sobre o complexo comportamento das misturas asfálticas e algumas inconveniências do módulo de resiliência, cuja definição sequer menciona sobre a influência das parcelas viscoelásticas.

Por fim, mas por principal, conseguiu-se provar neste trabalho, ou pelo menos lançar argumentos para futuros trabalhos, de que é possível se obter propriedades constitutivas clássicas de misturas asfálticas aplicando-se a teoria da viscoelasticidade linear: um formulário simples, de soluções analíticas fechadas que parece fornecer bons resultados, além de ser mais clara na descrição do comportamento da mistura asfáltica em questão.

## Agradecimentos

Os autores agradecem aos colegas e professores que apoiaram e ajudaram na realização do presente trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASTM (1995) *ASTM D3497-79 – Standard Test Method for Dynamic Modulus of Asphalt Mixtures*. AMERICAN SOCIETY OF TESTING AND MATERIAL, Philadelphia – USA.
- ASTM (1997) *ASTM D4123-82 – Standard Test Method for Indirect Tension Test for Resilient Modulus of Bituminous Mixtures*. AMERICAN SOCIETY OF TESTING AND MATERIAL, Philadelphia – USA.
- BRITO, L.A.T. (2006) *Avaliação e Análise Paramétrica do Ensaio de Compressão Diametral sob Cargas repetidas em Misturas Asfálticas*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 144p.
- CLYNE, T.R.; LI, X.; MARASTEANU, M.O.; SKOK, E.L. (2003) *Dynamic and Resilient Modulus of MN/DOT Asphalt Mixtures*. Departament of Civil Engineering – University of Minnesota.
- DI BENEDETTO, H.; PARTL, M.N.; FRANCKEN L.; DE LA ROCHE, C. (2001) *Stiffnes Testing for Bituminous Mixtures*. Materials and Structures/Matériaux et Constructions, vol.34, p 66-70.
- DNER (1994) *DNER ME 133/94: Misturas Betuminosas – determinação do módulo de resiliência*. Departamento Nacional de Estradas de Rodagem, Rio de Janeiro, 5p.
- DOUGAN, C.H.; STEPHENS, J.E.; MAHONEY, J.; HANSEN, G. (2003) *E\* - DYNAMIC MODULUS: Test protocol – problems and solutions*. University of Connecticut.
- FALCÃO, M.F.B.; SOARES, J.B. (2002) *Considerações Sobre o Ensaio de Compressão Diametral no Estudo de Materiais de Pavimentação*. Associação Nacional de Ensino e Pesquisa em Transportes (ANPET) – anais, v.1.
- GIBSON, N.H.; SCHWARTZ, C.W., SCHAPERLY, R.A., WITCZAK, M.W. (2003) *Viscoelastic, Viscoplastic, and Damage Modeling of Asphalt Concrete in Unconfined Compression*. Transpostation Research Board (TRB) Annual Meeting CD-ROM 2003.
- HONDROS, G (1959) *The Evaluation of Poisson's Ratio and the Modulus of Materials of a Low Tensile Resistance by the Brazilian (indirect tensile) Test with Particular Reference to Concrete*. Australian Journal od Applied Science. V.10(3) p.243-268.
- HUANG, Y.H. (1993) *Pavement Analysis and Design*. Prentice-Hall, New Jersey, 805p.
- KIM, Y.R.; SEO, Y.; KING, M.; MOMEM, M. (2004) *Dynamic Modulus Testing of Asphalt Concrete in Indirect Tension Mode*. Transpostation Research Board (TRB) Annual Meeting CD-ROM 2004.
- MOMM, L. (2001) *Comportamento Viscoelástico do Concreto Asfáltico*. Anais da 33ª Reunião Anual de Pavimentação, Florianópolis – SC.
- NCHRP (2004) *NCHRP 285 (Project 1-28A) - Harmonized Test Methods for Laboratory Determination of Resilient Modulus for Flexible Pavement Design*. NATIONAL COOPERATIVE HIGHWAY RESEARCH PROGRAM – USA.
- PARK, S.W.; SCHAPERLY, R.A. (1999) *Methods of Interconversion Between Linear Viscoelastic Material Functions. Part I – A Numerical Method Based on Prony Series*. International Journal of Solids and Structures, Vol. 36, pp. 1653-1675.
- SOARES, J.B.; SOUZA, F.V. (2003) *Considerações sobre Módulo Resiliente e Módulo Dinâmico em Misturas Asfálticas com Base na Teoria da Viscoelasticidade*. XII Congresso Ibero-Latinoamericano do Asfalto, Quito.
- SOUZA, F.V.; SOARES, J.B. (2002) *Previsão do Comportamento Mecânico de Misturas Asfálticas a partir dos Resultados do Ensaio de Creep Estático*. Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes (ANPET) – anais, v.1.
- THEISEN, K.M. (2006) *Aplicação do Princípio da Correspondência Elasto-viscoelástica para Previsão de Deformabilidade de Misturas Asfálticas*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 150p.

---

Klaus M. Theisen (theisenkm@yahoo.com.br)

Washington Peres Núñez (wpnunez@cpgec.ufrgs.br)

Eduardo Bittencourt (bittenco@cpgec.ufrgs.br)

Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Avenida Osvaldo Aranha, 99 – 3º Andar – Porto Alegre – RS.