

PLANEJAMENTO DE ENTREGAS EM ÁREAS URBANAS CONSIDERANDO RECARREGAMENTO INTERMEDIÁRIO, VEÍCULOS COM MÚLTIPLOS COMPARTIMENTOS E JANELA DE TEMPO

Henrique Fiorot Astoures

Rodrigo de Alvarenga Rosa

Universidade Federal do Espírito Santo
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

RESUMO

Face ao aumento da demanda por transporte de mercadorias por comércios e residências nos últimos anos e, considerando as restrições de entrada de caminhões de grande porte impostas pelas cidades, faz-se necessário uma nova estratégia para realizar as entregas dentro dessas. Assim, esse artigo propõe uma estratégia combinada considerando recarregamento intermediário na rota, veículos com múltiplos compartimentos, alocação independente das caixas e janela de tempo de atendimento. Para planejar esta nova estratégia, é proposta uma nova classe de problema denominado *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilitie and Time Windows* com objetivo de minimizar o custo total do transporte. O modelo foi testado em instâncias geradas a partir de dados de uma empresa que está em implantação na cidade de Vitória, ES. Utilizou-se o CPLEX 12.8 para resolver o modelo e os resultados mostraram que a disponibilidade de mais armazéns intermediários é a estratégia mais econômica.

ABSTRACT

Due to the increasing demand in recent years for freight transportation by businesses and residences and, considering the access restrictions of large trucks imposed by cities, a new strategy is required to make deliveries within those cities. Thus, this article proposes a combined strategy considering in route intermediate replenishment, vehicles with multiple compartments, independent boxes allocation and time window of service. In order to plan this new strategy, a new model called *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilitie and Time Windows* is proposed with the purpose of minimizing the total transportation cost. The model was tested in generated instances from data by a company that is being deployed in Vitória, ES. CPLEX 12.8 was used to solve the model and the results showed that the most economical strategy is the availability of more intermediate warehouses.

1. INTRODUÇÃO

Os centros urbanos, compostos por um grande número de lojas e residências, têm aumentando de tamanho rapidamente. Com este crescimento considerável, há um aumento na distribuição de mercadorias e, conseqüentemente, é necessário utilizar mais veículos para atender às suas necessidades de suprimentos, resultando em efeitos negativos para a sociedade. Dentre esses efeitos pode-se mencionar os engarrafamentos, emissões de gases de efeito estufa, entre outros (Crainic *et al.*, 2004). Considerando os impactos citados, algumas capitais do Brasil criaram leis que limitam ou proíbem a entrada de caminhões de grande porte em vias municipais como, por exemplo, Belo Horizonte, Porto Alegre, Rio de Janeiro, Salvador, São Paulo e Vitória (Agência Transporta Brasil, 2014). Se vierem a ser utilizados, estes veículos de grande porte devem descarregar então em armazéns centrais localizados nos limites de acesso das cidades, para então carregar veículos menores que irão entrar nelas e efetivamente entregar ao cliente final (Santana *et al.*, 2017).

Este artigo propõe uma estratégia combinada para resolver a logística do *last mile* dentro de centros urbanos com restrição de entrada de veículos de grande porte. Esta estratégia propõe o uso de armazéns intermediários e veículos de pequeno porte. No entanto, veículos de pequeno porte, por sua limitação de carga, só conseguem fazer pequenas rotas, tendo que voltar para o armazém central, perdendo muito tempo e gastando mais combustível. A estratégia proposta prevê então a utilização de pequenos armazéns intermediários dentro das cidades, onde os

veículos podem ser recarregados e continuar a sua rota sem ter que retornar ao armazém central para recarregar e iniciar uma nova rota (Figura 1). Quanto maior a área limitada pelas leis de acesso, maiores são as vantagens da utilização desta estratégia combinada proposta.

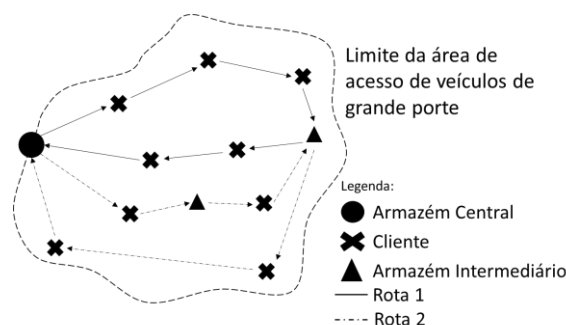


Figura 1: Estratégia combinada proposta. Fonte: do Autor.

Na Figura 1 pode ser visto que o armazém central está localizado na linha limítrofe da área de restrição de acesso da cidade. Assim, ele pode receber os veículos maiores e pode carregar os veículos menores para iniciar as rotas dentro da área da cidade. Os veículos de carga menores considerados são bicicletas elétricas e bicicletas convencionais, ambos com pequena capacidade de volume e peso. Em consequência da baixa capacidade dos veículos eles não conseguem atender muitos clientes em uma única rota e, assim, na estratégia combinada proposta, em vez de eles terem que voltar para o armazém central para recarregar, eles se direcionam para armazéns intermediários para serem recarregados e, assim, poderem continuar suas rotas. Esses armazéns intermediários são carregados a noite, quando a restrição de acesso é liberada. Os veículos que fazem rota dentro das cidades podem possuir vários compartimentos a fim de poderem transportar diferentes cargas que eventualmente não podem ser transportadas juntas.

Para apoiar os tomadores de decisão da empresa de logística no planejamento das rotas considerando os armazéns intermediários, a frota heterogênea composta por veículos com múltiplos compartimentos e as janelas de tempos estabelecidas pelos clientes para que os veículos possam entregar as mercadorias, este artigo propõe um modelo matemático que integra os modelos *Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities* (VRPIRF) e o *Multi-Compartment Vehicle Routing Problem with Time Windows* (MCVRPTW) e acrescenta a questão de controlar em que veículo e em que compartimento cada caixa é transportada. O novo modelo foi denominado de *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities and Time Windows* (MCVRPIRFTW). Na literatura científica, após revisão bibliográfica não foram encontrados artigos que propusessem a integração dos modelos, tampouco tratassem caixa individualmente.

O artigo foi organizado em seis seções. Na Seção 2, têm-se o referencial teórico que compreende o MCVRP e o VRPIRF. Na Seção 3 são apresentadas a descrição do problema e as instâncias de teste. Na Seção 4 é apresentado o modelo matemático proposto. Na Seção 5 são realizadas as análises dos resultados. Na Seção 6 são apresentadas as conclusões.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) define rotas para atender a demanda por produtos de um conjunto de clientes, entregues por uma frota de veículos, iniciando e

terminando suas rotas em um armazém central, minimizando o custo total relacionado. Dentre as várias formulações do CVRP, destacam-se: o *Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities* (VRPIRF) e o *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem* (MCVRP) e (Braekers *et al.* 2016).

No VRPIRF, os veículos têm a possibilidade de recarregar seus compartimentos de carga em armazéns intermediários ao longo de suas rotas. Essa alternativa é especialmente interessante nos casos em que o armazém central se encontra a uma distância muito grande dos clientes a serem atendidos. Cada veículo começa e termina sua rota em um armazém central. A revisão dos artigos relacionados ao VRPIRF mostra uma literatura limitada sobre o assunto, por se tratar de um tema de desenvolvimento recente. A seguir são apresentados a revisão destes artigos, bem como as diferentes nomenclaturas adotadas para o mesmo problema.

Crevier *et al.* (2007) introduziram o *Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Inter-Depot routes* (MDVRPI), onde propuseram uma heurística combinando o *Adaptative Memory Principle* (AMP), o *Tabu Search* (TS) e o *Integer Programming* (IP). Tarantilis *et al.* (2008) foram os primeiros a introduzir o VRPIRF, utilizando uma meta-heurística híbrida do TS, o VNS e a *Guided Local Search* (GLS). Hemmelmayr *et al.* (2013) estudaram o *Periodic Vehicle Routing Problem with Intermediate Facilities* (PVRP-IF) aplicando-o no contexto da coleta de resíduos e propuseram um VNS junto com programação dinâmica. As instâncias de teste dos três trabalhos foram instâncias de teste geradas aleatoriamente. Scheneider *et al.* (2014) introduziram o *Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations* (E-VRPTW), combinando o VNS e o TS, que se mostrou eficaz no roteamento de veículos comerciais elétricos em operações reais de entrega. Scheneider *et al.* (2015) desenvolveram o *Vehicle Routing Problem with Intermediate Stops* (VRPIS), sendo o VRPIRF um caso específico do VRPIS. Astoures *et al.* (2016) propuseram um modelo matemático para o VRPIRF no planejamento do suprimento de diesel das plataformas *offshore*. Schiffer *et al.* (2018) adicionaram instalações intermediárias ao *Location-Routing Problem* (LRP).

No MCVRP, cada veículo possui dois ou mais compartimentos que recebem diferentes produtos (Silvestrin e Ritt, 2017). Este tipo de veículo é largamente utilizado em distribuição de produtos derivados do petróleo (Benantar e Ouafi, 2012), coleta seletiva de resíduos (Henke *et al.*, 2015) e distribuição de encomendas em locais com restrição de acesso (Hübner e Ostermeier, 2018). Mesmo com grande aplicação, o MCVRP não tem sido estudado extensivamente, com poucas referências aplicando o problema à logística urbana. Reed *et al.* (2014) utilizaram a meta-heurística *Ant Colony System* (ACS) para resolver o MCVRP no contexto da coleta de resíduos residenciais para a reciclagem. Henke *et al.* (2015), que considerava compartimentos de um conjunto pré-determinado, enquanto esse considerava compartimentos arbitrariamente selecionados. Koch *et al.* (2016) acrescentaram a flexibilidade do tamanho dos compartimentos ao MCVRP. Yahyaoui *et al.* (2018) utilizaram duas meta-heurísticas para solucionar o MCVRP, o *Adaptive Variable Neighborhood Search* (AVNS) e a *Partially Matched Crossover* PMX, baseado no Genetic Algorithm (GA). Os autores utilizaram instâncias de *benchmark*. Alinaghian e Shokouhi (2018) apresentaram o *Multi-Depot MCVRP* (MD-MCVRP) onde consideraram a entrega fracionada de um conjunto de produtos por meio de diferentes veículos. Utilizaram a meta-heurística AVNS para solucionar instâncias de grande porte. Mofid-Nakhaee e Barzinpour (2019) investigaram o *Multi-Compartment Capacitated Arc Routing Problem with Intermediate Facilities* (MCCARPIF) na coleta de resíduos de granéis sólidos com modelagem em arco utilizando os algoritmos *Adaptive Large*

Neighborhood Search Algorithm (ALNS) e o ALNS híbrido. Consideraram um estudo de caso real em Teerã.

Como apresentado anteriormente, existem estudos sobre a roteirização de veículos com recarregamento em armazéns intermediários e considerando múltiplos compartimentos, porém não foram encontrados artigos que retratassem estes dois problemas, considerando também a janela de tempo e define em que veículo e em que compartimento cada caixa é transportada, aplicados em conjunto na abordagem da logística urbana de carga geral, criando assim uma nova classe do problema de roteirização de veículos.

3. ESTUDO DE CASO E GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS

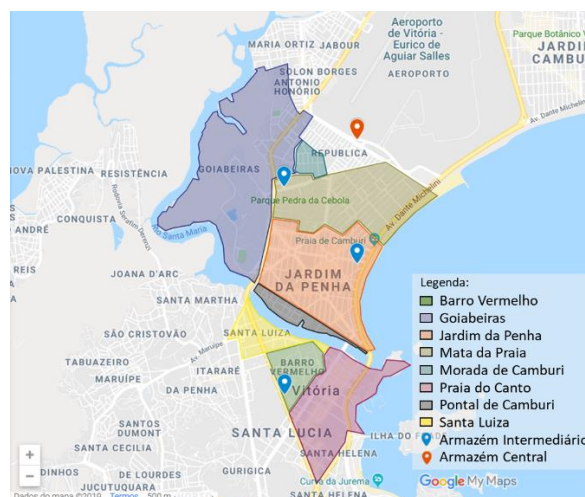
Esse artigo foi aplicado à cidade de Vitória, capital do Espírito Santo, que possuía uma população estimada em 2018 de 358.000 habitantes (IBGE, 2018), no qual vigoram leis que restringem a circulação de caminhões de grande capacidade (Agência Transporta Brasil, 2014). Visando melhorar a mobilidade em Vitória, uma empresa de entregas urbanas está em fase de instalação no município e deseja utilizar dois tipos de veículos na operação, a bicicleta elétrica de carga (Figura 2a), e a bicicleta convencional de carga (Figura 2b). Foram elaboradas 10 instâncias a fim de testar o modelo matemático proposto. Para sua elaboração foram considerados os pontos planejados pela empresa de transporte para os armazéns intermediários e o armazém central. O local do armazém central foi planejado próximo ao Aeroporto de Vitória e à BR-101 para facilitar a logística de entrega dos caminhões de maior porte no armazém central. Os armazéns intermediários foram alocados em pontos chave em Vitória para facilitar o recarregamento dos veículos em rota. Foram estudados os seguintes bairros de Vitória: Barro Vermelho, Goiabeiras, Jardim da Penha, Mata da Praia, Morada de Camburi, Praia do Canto, Pontal de Camburi e Santa Luiza. A região em estudo pode ser observada na Figura 2c.



a: Bicicleta Elétrica de Carga



b: Bicicleta Convencional de Carga



c: Bairros selecionados para o estudo de caso. Fonte: Google, 2019.

Figura 2: Tipos de veículos com múltiplos compartimentos. Fonte: do Autor.

Estes veículos irão entregar encomendas e suprimentos para o comércio local e residências. Para facilitar a distribuição em locais mais distantes do armazém central a frota pode ser recarregada em pontos estratégicos, denominados neste artigo como armazéns intermediários, coletando as encomendas necessárias para atender os clientes da rota. Após a realização de pesquisas, a empresa forneceu os dados aproximados de pré-implantação. O tempo médio para

operação de uma caixa é de 1 min e 12 s. Os armazéns intermediários são abastecidos durante a noite por caminhões de maior porte, de acordo com as rotas calculadas pelo modelo para o dia seguinte, para que estes armazéns estejam operacionais durante o horário comercial. Conforme dados da empresa, a velocidade média é de 6,0 km/h. O custo de utilizar um veículo e o custo do quilometro rodado, são R\$ 500,00 e R\$ 1,00 para a bicicleta elétrica e R\$ 200,00 e R\$ 0,40 para a bicicleta convencional. Os volumes das caixas foram obtidos junto a empresa, compreendendo o intervalo entre 0 e 2,0 m³. Os volumes dos compartimentos também foram fornecidos pela empresa, considerando as capacidades de 4,0 m³ para cada compartimento da bicicleta elétrica e 5,0 m³ para cada compartimento da bicicleta convencional.

A Tabela 1 mostra as características de cada instância. A coluna (1) indica o grupo de instâncias que serão testados sob circunstâncias descritas a seguir. A coluna (3) representa o número de clientes a serem atendidos. A coluna (4) exhibe a quantidade de caixas que devem ser entregues. A coluna (5) indica o número de armazéns intermediários disponíveis para recarregamento. As colunas (6 e 9) exibem as quantidades de bicicletas elétricas e convencionais disponíveis para operação, respectivamente. As colunas (7 e 10) representam a quantidade de compartimentos disponíveis em cada bicicleta. As colunas (8 e 11) indicam o volume total das bicicletas disponíveis. O Grupo 1 retrata a situação inicial de atendimento da empresa de transporte. A Instância 1 representa a menor situação, no qual consideram-se 6 clientes a serem atendidos no bairro de Mata da Praia e Morada de Camburi com somente um armazém intermediário para recarregar os veículos e estão disponíveis 3 veículos, duas bicicletas elétricas e uma bicicleta convencional. A frota obedece ao turno de trabalho dos condutores de veículos de 8 horas diárias. Foram considerados 4 compartimentos na bicicleta elétrica e 1 na bicicleta convencional para entregar 20 caixas ao todo. As Instâncias 2, 3 e 4 são semelhantes à Instância 1, diferenciando-se no número de clientes, i.e., 8, 10 e 14 clientes, respectivamente, e na quantidade de caixas a distribuir, i.e., 22, 24 e 28 caixas, respectivamente. A Instância 4 possui uma frota de 2 bicicletas elétricas e 2 bicicletas convencionais.

O Grupo 2 representa uma expansão operacional da empresa e considera os bairros da Instância 1 acrescentando Jardim da Penha, Pontal de Camburi e Barro Vermelho. Tem o propósito de avaliar o impacto do número de armazéns intermediários disponíveis. Além das Instâncias 5 e 6, considera-se nesta análise a Instância 3. O Grupo 3 tem o propósito de testar a influência da alteração no número de compartimentos dos veículos. Além das Instâncias 7 e 8, considera-se nesta análise a Instância 3. O Grupo 4 retrata a situação hipotética com mais clientes, considerando todos os bairros da região em estudo, representando a maior expansão da empresa.

Tabela 1: Características das instâncias

G	I	Nº Clientes	Qtd de Caixas	Nº Az Intermediários	Frota Elétrica			Frota Convencional		
					Qtd.	Qtd. Comp.	Vol. Total (m ³)	Qtd.	Qtd. Comp.	Vol. Total (m ³)
1	1	6	20	1	1	4	16	2	1	10
	2	8	22							
	3	10	24							
	4	14	28							
2	5	10	24	2	1	4	16	2	1	10
	6	10	24							
3	7	10	24	1	1	6	24	2	1	10
	8	10	24							
4	9	20	34	2	2	4	32	2	1	10
	10	30	45							

4. MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O MCVRPIRFTW visa reduzir os custos da logística em centros urbanos com legislação que impeça a entrada de veículos de grande porte, considerando recarregamento intermediário, veículos menores com múltiplos compartimentos, janela de tempo de atendimento e alocação independente das caixas nos compartimentos, conforme descrito na Seção 3. Este se difere dos demais artigos publicados, pois utiliza o recarregamento de mercadorias em pontos de recarregamento estrategicamente localizadas na cidade, chamados de armazéns intermediários, para conseguir realizar todas as entregas sem precisar regressar ao armazém central, como também contempla alocação em separado das caixas nos compartimentos, para isolar eventuais cargas com características especiais e janela de tempo de disponibilidade do cliente para receber os veículos. Cada cliente é atendido por somente um veículo que leva todas as caixas demandadas, que podem ser divididas entre os compartimentos do veículo. Caso um armazém intermediário possa ser visitado mais de uma vez por veículo, deve ser considerado no modelo matemático que esta facilidade deve ser replicada quantas vezes forem a possibilidade dos veículos a visitarem.

O modelo matemático proposto é apresentado em cinco partes: parâmetros, conjuntos, variáveis de decisão, função objetivo e restrições. Considerando nc , quantidade clientes; nf , quantidade de armazéns intermediários; nv , número de veículos da frota; np , quantidade máxima de compartimentos e nx , caixas a serem entregues; os conjuntos são: $Cc = \{1, \dots, nc\}$; $Cc0 = \{\{0\} \cup Cc\}$; $V = \{Cc \cup F\}$; $V0 = \{\{0\} \cup Cc \cup F\}$; $V1 = \{Cc \cup F \cup \{nc + nf + 1\}\}$; $VT = \{\{0\} \cup Cc \cup F \cup \{nc + nf + 1\}\}$; $F = \{1, \dots, nf\}$; $F0 = \{\{0\} \cup F\}$; K , conjunto de veículos disponíveis para operação, $K = \{1, \dots, nv\}$; Cp , conjunto de compartimentos disponíveis, $Cp = \{1, \dots, np\}$; e C , conjunto de caixas a serem entregues, $C = \{1, \dots, nx\}$. Os parâmetros são: vlb_{nx} , volume da caixa $nx \in C$; vlc_{np} , volume do compartimento $np \in Cp$; $pr_{i,nx}$, proprietário $i \in V$ da caixa $nx \in C$; ck_{nv} , custo ao utilizar o veículo $k \in K$; cd_{nv} , custo por quilômetro rodado do veículo $k \in K$; ot , tempo médio de operação de uma caixa; $di_{i,j}$, distância entre os nós $i \in VT$ e $j \in VT$; $t_{i,j}$, tempo de viagem entre os nós $i \in VT$ e $j \in VT$; wti_i - início da janela de tempo para o cliente $i \in VT$; e wtf_i - fim da janela de tempo para o cliente $i \in VT$; φ , parâmetro multiplicado à segunda parcela da função objetivo que visa dar maior peso ao custo de utilização do veículo, foi adotado o valor de 100; Ψ , parâmetro multiplicado à terceira parcela da função objetivo que visa reduzir o tempo total de viagem, foi adotado o valor 0,1; M , número arbitrário muito grande.

As variáveis de decisão são: $x_{i,j,k}$, variável binária que assume o valor 1 caso o veículo $k \in K$ percorra o arco $i \in VT$ a $j \in VT$, caso contrário assume o valor 0; $te_{i,k}$, indica o tempo de chegada do veículo $k \in K$ no nó $i \in VT$; $s_{c,p,k}$, variável binária que assume o valor 1 caso a caixa $c \in C$ esteja alocada no compartimento $p \in Cp$ do veículo $k \in K$, caso contrário assume o valor 0; $z_{i,k}$, variável binária que indica se o cliente $i \in Cc$ está sendo atendido pelo veículo $k \in K$, caso contrário assume o valor 0; e $l_{i,k,p,c}$, indica a quantidade de caixas $c \in C$ no veículo $k \in K$, no compartimento $p \in Cp$, que está chegando no nó $i \in VT$. Caso o nó seja o armazém central, $i = 0$, então $l_{0,k,p,c}$ representa a carga que sai do armazém central. A seguir são apresentadas a função objetivo e as restrições. As restrições do modelo matemático proposto

podem ser analisadas em 3 partes. A primeira parte, restrições (9) a (14), trata dos múltiplos compartimentos. A segunda parte trata do tempo total da operação e janela de tempo, restrições (15) a (21). A terceira parte, restrições (22) a (31), trata do recarregamento intermediário. A seguir são apresentadas a função objetivo e as restrições.

Função Objetivo:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in VT} \sum_{j \in VT | i \neq j} \sum_{k \in K} cd_k di_{i,j} x_{i,j,k} + \varphi \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} ck_k x_{0,j,k} + \psi \sum_{i \in VT} \sum_{k \in K} te_{i,k} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in V1 | i \neq j} \sum_{k \in K} x_{i,j,k} = 1 \quad \forall i \in Cc \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V1 | f+nc \neq j} x_{(f+nc),j,k} \leq 1 \quad \forall f \in F, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V1} x_{0,j,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V0 | i \neq \gamma} x_{i,\gamma,k} - \sum_{j \in V1 | j \neq \gamma} x_{\gamma,j,k} = 0 \quad \forall \gamma \in V, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V0} x_{i,(nc+nf+1),k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$x_{(nc+nf+1),j,k} = 0 \quad \forall j \in VT, k \in K \quad (7)$$

$$x_{i,0,k} = 0 \quad \forall i \in VT, k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{j \in V1} x_{i,j,k} = z_{i,k} \quad \forall i \in Cc; k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{p \in CP} \sum_{k \in K} s_{c,p,k} = 1 \quad \forall c \in C \quad (10)$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{p \in CP} s_{c,p,k} \leq M \sum_{j \in V} x_{0,j,k} \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$m \geq \sum_{p \in CP} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} s_{c,p,k} - M z_{i,k} \quad \forall i \in Cc, k \in K; \quad (12)$$

$$m \leq \sum_{p \in CP} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} s_{c,p,k} + (1 - z_{i,k}) M \quad \forall i \in Cc, k \in K; \quad (13)$$

$$\sum_{p \in CP} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} s_{c,p,k} = z_{i,k} \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} pr_{i,c} \quad \forall i \in Cc, k \in K \quad (14)$$

$$te_{j,k} \geq te_{i,k} + t_{i,j} x_{i,j,k} - (1 - x_{i,j,k}) M \quad \forall i \in V0, j \in V1, k \in K \quad (15)$$

$$te_{j,k} \geq te_{i,k} + ot \sum_{c \in C | pr_{i,c}=1} pr_{i,c} + t_{i,j} x_{i,j,k} - (1 - x_{i,j,k}) M \quad \forall i \in V0, j \in V1, k \in K \quad (16)$$

$$te_{j,k} \geq te_{i,k} + ot \sum_{c \in C} \sum_{p \in CP} (l_{j,k,p,c} - l_{i,k,p,c}) + \quad \forall i \in V0, j \in V1, k \in K \quad (17)$$

$$t_{i,j} x_{i,j,k} - (1 - x_{i,j,k}) M$$

$$te_{i,k} \geq wti_i \sum_{j \in V1} x_{i,j,k} \quad \forall i \in V0, k \in K \quad (18)$$

$$te_{i,k} \leq wtf_i \sum_{j \in V1} x_{i,j,k} \quad \forall i \in V0, k \in K \quad (19)$$

$$te_{(nc+nf+1),k} \geq wti_{(nc+nf+1)} \sum_{i \in V} x_{i,(nc+nf+1),k} \quad \forall k \in K \quad (20)$$

$$te_{(nc+nf+1),k} \leq wtf_{(nc+nf+1)} \sum_{i \in V} x_{i,(nc+nf+1),k} \quad \forall k \in K \quad (21)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{0,k,p,c} + M (1 - x_{i,j,k}) \quad \forall i \in Cc0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C \quad (22)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{0,k,p,c} - M (1 - x_{i,j,k}) \quad \forall i \in Cc0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C \quad (23)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{i,k,p,c} - pr_{i,c}(s_{c,p,k}) + M (1 - x_{i,j,k}) \quad \forall i \in Cc0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C | i \neq 0 e i \neq j \quad (24)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{i,k,p,c} - pr_{i,c} s_{c,p,k} - M (1 - x_{i,j,k}) \quad \forall i \in Cc0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C | i \neq 0 e i \neq j \quad (25)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{0,k,p,c} + M (1 - x_{0,j,k}) \quad \forall i \in F0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C | i = 0 e j \leq nc \quad (26)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{0,k,p,c} - M (1 - x_{0,j,k}) \quad \forall i \in F0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C | i = 0 e j \leq nc \quad (27)$$

$$l_{j,k,p,c} \leq l_{(i+nc),k,p,c} + pr_{j,c} s_{c,p,k} + M (1 - x_{(i+nc),j,k}) \quad \forall i \in F0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C | i \neq 0 e i + nc \neq j e j \leq nc \quad (28)$$

$$l_{j,k,p,c} \geq l_{(i+nc),k,p,c} + pr_{j,c} s_{c,p,k} - M (1 - x_{(i+nc),j,k}) \quad \forall i \in F0, j \in V1, k \in K, p \in CP, c \in C | i \neq 0 e i + nc \neq j e j \leq nc \quad (29)$$

$$\sum_{c \in C} l_{j,k,p,c} (vlb_c) \leq vlc_{k,p} \sum_{i \in V1} x_{j,i,k} \quad \forall j \in VT, k \in K, p \in CP \quad (30)$$

$$l_{(nc+nf+1),k,p,c} = 0 \quad \forall k \in K, p \in CP, c \in C \quad (31)$$

$$\sum_{j \in V1} \sum_{k \in K} x_{0,j,k} \geq 1 \quad (32)$$

$$\sum_{j \in V1} \sum_{k \in K} x_{0,j,k} \leq nv \quad (33)$$

$$x_{i,i,k} = 0 \quad \forall i \in VT, k \in K \quad (34)$$

$$x_{i,j,k} \in \{0,1\} \quad \forall i \in VT, j \in VT, k \in K \quad (35)$$

$$z_{i,k} \in \{0,1\} \quad \forall i \in Cc, k \in K \quad (36)$$

$$s_{c,p,k} \in \{0,1\} \quad \forall c \in C, p \in CP, k \in K \quad (37)$$

$$l_{i,k,p,c} \in \{0,1\} \quad \forall i \in VT, k \in K, p \in CP, c \in C \quad (38)$$

$$te_{i,k} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in VT, k \in K \quad (39)$$

A Função Objetivo, Equação (1), foi dividida em três partes. A primeira representa o custo total do quilômetro rodado de um veículo para percorrer a distância entre dois nós distintos. A segunda parte representa a soma dos custos de utilização de cada veículo. Essas duas parcelas representam o custo total da logística para o atendimento das demandas dos clientes nos centros urbanos. A terceira parte representa o tempo total de viagem. A função objetivo deve ser minimizada. As restrições (2) garantem que cada cliente seja visitado uma única vez. As restrições (3) certificam que cada armazém intermediário seja visitado por um veículo no máximo uma vez. As restrições (4) asseguram que cada veículo pode realizar somente uma viagem. As restrições (5) garantem as restrições de fluxo do problema de roteamento. As restrições (6) asseguram que o veículo saia do armazém central inicial e termine sua rota no armazém central virtual. As restrições (7) garantem que nenhum veículo saia do armazém central virtual. As restrições (8) garantem que nenhum veículo retorne para o armazém central inicial. As restrições (9) definem que o veículo só pode passar por um cliente se tiver com suas caixas deste dentro do veículo. As restrições (10) asseguram que uma caixa estará apenas em um compartimento de um veículo. As restrições (11) garantem que se uma caixa é alocada no compartimento de um veículo, ele é considerado utilizado. As restrições (12), (13) e (14) asseguram que o cliente tenha pelo menos uma caixa no veículo que o atende.

As restrições (15) definem que o tempo total de chegada de um veículo saindo do armazém central inicial e indo em direção a um cliente ou armazém intermediário seja o tempo de deslocamento entre estes nós. As restrições (16) definem que o tempo total de chegada de um veículo saindo de um cliente e indo em direção a novo cliente ou armazém intermediário seja o tempo de deslocamento entre estes nós, acrescido do tempo de operação para descarregar as caixas do cliente inicial. As restrições (17) definem que o tempo total de chegada de um veículo saindo de um armazém intermediário e indo em direção a um cliente ou um novo armazém intermediário seja o tempo de deslocamento entre estes nós, acrescido do tempo de operação para carregar as caixas do armazém intermediário inicial. As restrições (18) e (19) asseguram que o tempo total em um cliente ou armazém intermediário deve obedecer a janela de tempo de operação do nó visitado. As restrições (20) e (21) asseguram que o tempo de chegada no armazém central virtual deve obedecer a janela de tempo definida para esse.

As restrições (22) a (25) asseguram o descarregamento nos clientes. As restrições (22) e (23) definem que o total carregado em um veículo saindo do armazém central inicial e indo em direção a um cliente é o total que o veículo carregou no armazém central inicial. As restrições (24) e (25) definem que o total carregado em um veículo saindo de um cliente para outro nó diferente do nó inicial e o armazém central inicial, é calculado como o total de caixas que o veículo chega no próximo cliente menos o total entregue no cliente inicial. As restrições (26) a (29) asseguram o carregamento em armazéns intermediários. As restrições (26) e (27) definem que o total carregado em um veículo saindo do armazém central inicial e indo em direção a outro nó diferente do nó inicial e o armazém central inicial é o total que o veículo carregou no armazém central inicial. As restrições (28) e (29) definem que o total carregado em um veículo saindo de um armazém intermediário para outro nó diferente do nó inicial e o armazém central inicial, é calculado como o total de caixas que o veículo chega no armazém intermediário mais o total carregado no armazém intermediário. As restrições (30) garantem que o volume das caixas não exceda o volume dos compartimentos que estão alocadas. As restrições (31) asseguram que o veículo retorne sem carga para o armazém central virtual. As restrições (32) e (33) limitam o uso dos veículos à frota disponível. As restrições (34) garantem que um veículo não vá de um nó para o mesmo nó. As restrições (35) a (39) definem o domínio das variáveis.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Para executar o modelo proposto foi utilizado o *solver* CPLEX, versão 12.8. Foi utilizado um computador Intel Xeon Silver 4116, 2 processadores de 2.10 GHz com 16 núcleos, 128 GB de memória RAM. As instâncias foram executadas por no máximo 10 horas, 36.000 segundos. Na Tabela 2 são apresentados os resultados do CPLEX. A primeira e segunda colunas representam respectivamente os grupos (G) e as instâncias testadas (I). A terceira coluna representa o valor obtido na Função Objetivo (FO). A quarta, quinta e sexta colunas representam o *Upper Bound* (UB), o *Lower Bound* (LB) e o *gap* obtido pelo CPLEX. A sétima coluna representa o tempo de execução do CPLEX (TE).

Tabela 2: Resultados do CPLEX

G	I	FO (R\$)	UB (R\$)	LB (R\$)	Gap (%)	TE (s)
1	1	50.016,53	50.016,53	50.016,53	0,00	23,88
	2	50.019,61	50.019,61	50.019,61	0,00	120,97
	3	70.016,47	70.016,47	50.016,46	25,56	36.000,00
	4	90.023,45	90.023,45	20.013,39	77,77	36.000,00
2	5	40.013,25	40.013,25	40.013,25	0,00	20.678,91
	6	20.012,59	20.012,59	20.012,59	0,00	3.333,33
3	7	50.020,72	50.020,72	50.020,72	0,00	1.245,70
	8	40.009,71	40.009,71	20.007,42	49,99	36.000,00
4	9	90.032,06	90.032,06	20.012,19	77,77	36.000,00
	10	-	-	20.013,51	-	36.000,00

O CPLEX encontrou a solução ótima para as Instâncias 1, 2, 5, 6 e 7. Para as Instâncias 3, 4, 8 e 9, o CPLEX encontrou *gaps* altos, mas encontrou pelo menos uma solução viável, UB, que foi utilizado para avaliar as instâncias. O Grupo 4 teve por objetivo analisar a capacidade do modelo ser resolvido de forma ótima em instâncias maiores. A Instância 9 encontrou solução, porém com *gap* igual a 77,77%, utilizando uma bicicleta elétrica e duas bicicletas convencionais, tendo dois armazéns intermediários a disposição. Na Instância 10, o CPLEX não encontrou nenhuma solução factível após 10 horas executando o modelo matemático, encontrando apenas um LB. Como não foi possível comparar os resultados com os dados da empresa, por motivo da recente implantação da empresa optou-se, com base na Tabela 3, apresentar a seguir as análises mais relevantes dos resultados operacionais dos Grupos 2 e 3, respectivamente, variação de armazéns intermediários, variação de compartimentos e volume total dos veículos.

Tabela 3: Análises dos resultados operacionais mais relevantes

G	I	Custo Bicicleta		Qtd. Bicicleta Utiliz.		Nº Az. Interm. Disponíveis	Qtd. Total Comp. Utiliz.	Volume Total (m³)
		Utilização (R\$)	KM (R\$)	Elétrica	Convenc			
2	5	40.000	12,72	0	2	2	2	10
	6	20.000	11,96	0	1	3	1	5
	3	70.000	16,14	1	1	1	6	21
3	7	50.000	19,95	1	0	1	6	24
	8	40.000	9,03	0	2		4	20

Quando se analisa o aumento do número de armazéns intermediários disponíveis nas Instâncias 5 e 6, nota-se que foram utilizadas duas bicicletas convencionais resultando em uma redução considerável nos custos de utilização e do quilômetro rodado, da quantidade de compartimentos utilizados e do volume total ocupado quando comparado com os resultados da Instância 3. Em

relação ao aumento no número de compartimentos disponíveis nas bicicletas das Instâncias 7 e 8, verifica-se uma diminuição na quantidade de bicicletas utilizadas na Instância 7 resultando em uma redução no custo de utilização. Nota-se o aumento do custo do quilômetro rodado, por utilizar somente a bicicleta elétrica num percurso maior e o volume total ocupado em relação a Instância 3. Já na Instância 8 verifica-se que foram utilizadas duas bicicletas convencionais que levou a uma redução nos custos de utilização e do quilômetro rodado, e no volume total ocupado em relação a Instância 3. Destes resultados, nota-se que o aumento de armazéns intermediários foi o que trouxe os melhores resultados, Instância 6.

Após as análises realizadas, pode-se dizer que a estratégia proposta, por meio da utilização do modelo matemático proposto, pode trazer benefícios para empresas de logística urbana que operam em regiões com restrição da entrada de veículos de grande porte.

6. CONCLUSÕES

Considerando que as cidades têm imposto restrições para a entrada de caminhões de grande porte dentro de áreas delimitadas, este artigo propôs uma estratégia combinada considerando recarregamento intermediário na rota, veículos com múltiplos compartimentos, alocação independente das caixas e janela de tempo de atendimento. Para planejar esta nova estratégia, foi proposta uma nova classe de problema denominado *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem with Intermediate Replenishment Facilities and Time Windows* com objetivo de minimizar o custo total do transporte. Além do modelo ser inovador por propor a união dos modelos *Multi-Compartment Vehicle Routing Problem* (MCVRP) e o *Vehicle Routing Problem with Replenishment Facilities* (VRPIRF).

O modelo foi testado em 10 instâncias geradas a partir de dados de uma empresa que está em implantação na cidade de Vitória, ES. O CPLEX 12.8 foi utilizado para resolver o modelo e ele encontrou a solução ótima para 5 instâncias, para 4 ele encontrou solução viável, porém apresentando *gap*, e para a Instância 10 ele não encontrou nenhuma solução viável, encontrando apenas um LB.

Os resultados mostraram que a disponibilidade de mais armazéns intermediários é a estratégia mais econômica. Os resultados da análise do aumento no número de compartimentos disponíveis dos veículos foram satisfatórios, quando comparados com a instância base. Instâncias maiores também foram testadas com o intuito de avaliar a aplicação do modelo matemático em situações reais de grande porte. Esses testes demonstraram que, mesmo com alguns tempos altos de execução, o modelo pode colaborar no planejamento da entrega em áreas urbanas com fluxo intenso de trânsito e mercadorias.

Sugere-se como trabalho futuro o desenvolvimento de uma meta-heurística para resolver o modelo matemático proposto neste artigo. Sugere-se alterar a função objetivo do modelo para considerar o custo dos armazéns intermediários.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPES (75528452/2016), ao CNPq (307439/2016-0) e a CAPES pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agência Transporta Brasil. (2014). Mais de cem municípios do Brasil já criaram restrição ao trânsito de caminhões. Disponível em: < <http://www.transportabrasil.com.br/2014/11/mais-de-cem-municipios-do-brasil-ja-criaram-restricao-ao-transito-de-caminhoes/>>. Acesso em: 20 junho 2019.
- Alinaghian, M., e Shokouhi, N. (2018). Multi-depot multi-compartment vehicle routing problem, solved by a

- hybrid adaptive large neighborhood search. *Omega*, 76, 85-99.
- Astoures, H. F., de Alvarenga Rosa, R., e da Silva Rosa, A. L. (2016). Planning the Diesel Supply for Offshore Platforms by a Mathematical Model Based on the Vehicle Routing Problem with Replenishment. *Transportation Research Procedia*, 18, 11-18.
- Benantar, A., e Ouafi, R. (2012). Optimization of vehicle routes: an application to logistic and transport of the fuel distribution. In *9th International Conference on Modeling, Optimization & Simulation*.
- Braekers, K., Ramaekers, K., e Van Nieuwenhuysse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, 99, 300-313.
- Crainic, T.G., Ricciardi, N. e Storchi, G. (2004). Advanced freight transportation systems for congested urban areas. *Transportation Research, Part C, Vol. 12, No. 2*, 119-137.
- Crevier, B., Cordeau, J. F., e Laporte, G. (2007). The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *European Journal of Operational Research*, 176(2), 756-773.
- Google. (2019). *Google my maps*. Disponível em: <<https://www.google.com.br/maps/preview>>. Acesso em: 10 junho 2019.
- Hemmelmayr, V., Doerner, K. F., Hartl, R. F., e Rath, S. (2013). A heuristic solution method for node routing based solid waste collection problems. *Journal of Heuristics*, 19(2), 129-156.
- Henke, T., Speranza, M. G., e Wäscher, G. (2015). The multi-compartment vehicle routing problem with flexible compartment sizes. *European Journal of Operational Research*, 246(3), 730-743.
- Hübner, A., e Ostermeier, M. (2018). A multi-compartment vehicle routing problem with loading and unloading costs. *Transportation Science*.
- IBGE. (2018). Panorama dos municípios do Brasil: Município de Vitória. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/es/vitoria/panorama>>. Acesso em: 22 junho 2019.
- Kim, B. I., Kim, S., e Sahoo, S. (2006). Waste collection vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 33(12), 3624-3642.
- Koch, H., Henke, T., & Wäscher, G. (2016). A genetic algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem with flexible compartment sizes (No. 160004). Otto-von-Guericke University Magdeburg, Faculty of Economics and Management.
- Mofid-Nakhaee, E., e Barzinpour, F. (2019). A multi-compartment capacitated arc routing problem with intermediate facilities for solid waste collection using hybrid adaptive large neighborhood search and whale algorithm. *Waste Management & Research*, 37(1), 38-47.
- Reed, M., Yiannakou, A., & Evering, R. (2014). An ant colony algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem. *Applied Soft Computing*, 15, 169-176.
- Santana, R. A., Rosa, R. D. A., Astoures, H. F., e Silva, D. S. D. (2017). Planning the distribution of goods in the context of city logistics considering split deliveries with access and time restrictions. *International Journal of Logistics Systems and Management*, 28(4), 507-527.
- Schiffer, M., Schneider, M., e Laporte, G. (2018). Designing sustainable mid-haul logistics networks with intra-route multi-resource facilities. *European Journal of Operational Research*, 265(2), 517-532.
- Schneider, M., Stenger, A., e Goeke, D. (2014). The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. *Transportation Science*, 48(4), 500-520.
- Schneider, M., Stenger, A., e Hof, J. (2015). An adaptive VNS algorithm for vehicle routing problems with intermediate stops. *OR Spectrum*, 37(2), 353-387.
- Silvestrin, P. V., e Ritt, M. (2017). An iterated tabu search for the multi-compartment vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 81, 192-202.
- Tarantilis, C. D., Zachariadis, E. E., e Kiranoudis, C. T. (2008). A hybrid guided local search for the vehicle-routing problem with intermediate replenishment facilities. *INFORMS Journal on Computing*, 20(1), 154-168.
- Yahyaoui, H., Kaabachi, I., Krichen, S., & Dekdouk, A. (2018). Two metaheuristic approaches for solving the multi-compartment vehicle routing problem. *Operational Research*, 1-24.

Henrique Fiorot Astoures (henrique.astoures@aluno.ufes.br),

Rodrigo de Alvarenga Rosa (rodrigo.a.rosa@ufes.br)

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo - Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras – Vitória, ES, Brasil