

## HEURÍSTICA PARA O AGRUPAMENTO DE PEDIDOS EM ENTREGAS CONSIDERANDO COMPATIBILIDADE DE PRODUTOS E FRETE POR MÁXIMA DISTÂNCIA DIRETA

**Renan Sallai Iwayama**

**Claudio Barbieri da Cunha**

Programa de Mestrado em Engenharia de Sistemas Logísticos  
Escola Politécnica, Universidade de São Paulo

### RESUMO

Este trabalho trata do planejamento do abastecimento de última milha em centros urbanos, propondo um método para agrupar pedidos de clientes em programação de entregas. Considera-se que o frete pago ao transportador em uma rota é definido pela distância direta do ponto de entrega mais distante do depósito em contraposição à distância total da rota que é usual na literatura sobre problemas de roteirização de veículos. Além disso, também são consideradas categorias, conjunto de produtos similares, que não podem ser transportadas juntas por não serem compatíveis entre si. O objetivo do problema proposto é determinar o agrupamento e sequenciamento de pedidos em roteiros de veículos de acordo com as características operacionais descritas acima, utilizando uma frota homogênea de veículos capacitados que parte de um depósito, de tal forma que toda a demanda seja atendida com o menor frete possível.

### ABSTRACT

In this article, we address the problem of the planning of the last mile supply in urban centres. We propose a method to group customer orders into shipments. In our case, the due freight paid to the carrier on a route is given by the direct distance from the point of delivery that is furthest from the depot as opposed to be defined as the total distance of the route which is commonly found in the literature on vehicle routing problems. In addition, it is also considered categories, a set of similar products, which cannot be transported together because they are not compatible with each other. The objective of the proposed problem is to determine the grouping and sequencing of orders into vehicle shipments according to the operational characteristics described above, using a homogeneous fleet of capacitated vehicles that is located in a depot, in such a way that all the demand is delivered with the lowest freight possible.

### 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho trata do planejamento do chamado “abastecimento (ou distribuição) de última milha” em centros urbanos. Em especial, são considerados os casos práticos no Brasil em que o frete pago ao transportador (ou operador logístico) que realiza uma rota é calculado com base na distância ao ponto de entrega mais distante do depósito, em contraposição à forma usual encontrada na literatura sobre problemas de roteirização de veículos, dada pela distância total percorrida pelo veículo na rota. Além disso, a demanda de um cliente é composta por pedidos com produtos de diferentes fabricantes que podem pertencer a diferentes categorias, conjunto de produtos com características similares. Existem produtos que não podem ser transportados juntos por não serem compatíveis entre si, como por exemplo, alimentos e produtos de limpeza.

Este problema surge no contexto de casos práticos relacionados à operação de distribuição de grandes redes varejistas e atacadistas em que é adotada uma forma simplificada de remuneração para as transportadoras e operadores logísticos: em vez de calcular a distância total de cada rota diariamente, opta-se por estabelecer a remuneração com base na distância direta do depósito ao cliente/ponto de entrega que está mais distante. Essa prática simplifica o cálculo do frete a ser pago em cada rota, pois não é necessário controlar os trajetos realmente realizados, o que traz benefícios do ponto de vista gerencial.

O objetivo do problema proposto é determinar o agrupamento e sequenciamento de pedidos que compõem cada rota utilizando uma frota homogênea de veículos capacitados que está

localizada em um depósito, de tal forma que toda a demanda seja distribuída ao menor frete possível.

Este artigo está organizado da seguinte forma: a próxima seção apresenta uma revisão da literatura, sendo seguida pela definição do problema na seção 3. A heurística de solução e os experimentos computacionais são apresentados nas seções 4 e 5, respectivamente. Por fim, a seção 6 traz as considerações finais.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com base em amplo levantamento bibliográfico, o problema proposto parece não ter sido ainda tratado na literatura e, portanto, a revisão bibliográfica foi feita com o objetivo de identificar os principais métodos utilizados em problemas relacionados para adaptá-los ao problema proposto.

Apesar do problema proposto não ter a função objetivo afetada pelo sequenciamento dos pontos de entrega, o mesmo não deixa de ser um problema de roteamento/sequenciamento de entregas, uma vez que uma solução completa do problema deve possibilitar sugerir ao transportador os pontos de entrega que compõem o roteiro a ser realizado. Portanto, é importante verificar se os métodos para o VRP podem ser adaptados ao problema proposto. Embora a distância total percorrida não seja minimizada, de alguma forma, os agrupamentos de pedidos possuem correlação com as distâncias e ângulos em relação ao depósito.

Segundo Laporte *et al.* (2000), o VRP consiste em definir roteiros de veículos que minimizem o custo total de transporte, cada um dos quais iniciando e terminando no depósito ou base dos veículos, assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez. Além disso, é garantido que a demanda em qualquer rota não exceda a capacidade  $Q$  do veículo que a atende e a distância total em qualquer rota não exceda o limite  $L$ . O custo total de transporte pode corresponder à distância total percorrida pelos veículos, ao custo fixo da frota utilizada ou a uma combinação de ambos os fatores.

Dada a natureza combinatória do problema, para a resolução de instâncias de porte como as encontradas na prática métodos heurísticos, diversas heurísticas podem ser encontradas na literatura, conforme apontam Laporte *et al.* (2000), Toth e Vigo (2002) e Golden *et al.* (2008).

Ho e Gendreau (2006) combinam “*path relinking*” (PR) com busca tabu (TS) e obtêm resultados superiores quando comparados com a busca tabu pura. Osman (1993) usa “*simulated annealing*” (SA) junto com uma estrutura especial de dados da busca tabu, que reduz o tempo computacional do SA puro em mais de 50%. Duhamel *et al.* (2010) fazem uso do “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP) em conjunto com uma adaptação do ILS para explorar tanto conjunto de soluções de roteiro gigante como soluções viáveis do VRP. Hamdi-Dhaoui *et al.* (2011) combinam GRASP com “*Iterated Local Search*” (ILS) em um tipo de VRP que considera a característica dos itens transportados de acordo com um grafo de incompatibilidades item-a-item.

Por fim, existem métodos que fazem uso de processamento em paralelo. De acordo com Vidal *et al.* (2013), esses métodos se diferenciam pela forma como é feito o paralelismo, comunicação entre tarefas e busca da solução. É natural que existam aplicações dessa categoria inspiradas no comportamento social de alguns insetos “*swarm intelligence*” como as formigas ou abelhas. O método “*Ant Colony Optimization*” (ACO) foi utilizado para resolver o VRP por Yu *et al.*

(2009) que adotaram uma nova maneira de ajustar a quantidade de feromônio no sistema e incluiu um operador de mutação. Marinakis e Marinaki (2011) introduziram um novo algoritmo do tipo “*Bee Colony Optimization*” (BCO) no VRP baseado no comportamento de acasalamento de uma espécie específica de abelhas.

O processamento em paralelo pode, muitas vezes, ocorrer em vários processadores e também pode ser realizado utilizando tanto metaheurísticas como programação inteira. Os trabalhos de Groër *et al.* (2011) e Jin *et al.* (2012) fazem uso desses conceitos usando princípios de memória adaptativa e centralizada, respectivamente.

Segundo Vidal *et al.* (2013) a ampla gama de aplicações reais de problemas de roteamento de veículos leva à definição de muitas variantes do problema clássico com características e restrições adicionais, que são chamadas de atributos, visando capturar um nível mais alto de detalhes do sistema ou de decisões. Os atributos incluem, mas não se limitam a, sistemas complexos (por exemplo, múltiplos depósitos, frotas de veículos e tipos de produtos), requisitos do cliente (por exemplo, entregas multi-período e janelas de tempo), regras de operação do veículo (por exemplo, arranjo de carga, restrições de rota na distância ou tempo total e regras de trabalho do motorista) e contexto de decisão (por exemplo, congestionamento de trânsito e planejamento em horizonte de tempo prolongado). Esses atributos complementam a definição tradicional e levam a uma variedade de “*Multi-Attribute Vehicle Routing Problems*” (MAVRPs).

No presente trabalho são considerados dois atributos não identificados por Vidal *et al.* (2013) e que, após amplo levantamento bibliográfico, também não foram encontrados na literatura do VRP: a consideração do frete pela máxima distância direta e a imposição de um ângulo limite entre os pontos de uma rota em relação ao depósito de onde partem os veículos.

### 3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema a ser tratado corresponde ao agrupamento de entregas no contexto do abastecimento de última milha em centros urbanos, sendo aqui denominado como “Problema de Agrupamento de Pedidos em Entregas com Compatibilidade de Produtos” (PAPE-CP). Como mencionado anteriormente, é um problema de roteamento de veículos capacitado em que é adotada uma forma simplificada de remuneração para as transportadoras: em vez de calcular a distância total de cada rota diariamente, opta-se por estabelecer a remuneração com base na distância direta de entrega do cliente/ponto de entrega que está mais distante do depósito de onde partem os veículos. Essa prática simplifica o processo de cálculo do frete a ser pago em cada rota, pois não é necessário controlar os trajetos realmente realizados.

Como decorrência dessa forma de consideração do frete, é importante assegurar que a distância total percorrida pelo veículo não seja muito maior que a máxima distância direta ao ponto de entrega mais distante da rota, pois os motoristas, normalmente, não aceitam realizar um trajeto com pontos de entrega muito distantes entre si na cidade. Para fazer isso, é possível adotar de maneira simplificada uma restrição do problema que é o ângulo limite que a rota pode formar. Para isso, é necessário calcular o ângulo de cada rota que é a máxima diferença entre os azimutes (ângulo com relação ao norte do depósito) de pares de pontos de entrega atribuídos a um mesmo veículo.

A solução do problema corresponde à sequência de entregas a ser realizada pelo veículo e, portanto, entre duas configurações de rota que possuam a mesma máxima distância direta,

aquela que apresentar a menor distância total do roteiro deve ser priorizada, pois este é um objetivo secundário (desejável) do problema. Rotas com uma menor distância são mais atraentes para as transportadoras, pois isso implica na redução dos custos variáveis da operação de transporte. Além disso, a demanda total de um cliente é composta por pedidos com produtos de diferentes fabricantes que podem pertencer a categorias distintas, definidas como conjuntos de produtos com características físicas similares e de acondicionamento, conforme definido em Santos *et al.* (2019).

A relação de produtos por categoria é apresentada na Tabela 1 e a matriz de compatibilidades de categorias de produtos apresentada na Tabela 2. De acordo com essas tabelas, produtos de higiene, limpeza, perfumaria e descartáveis (categoria C1) são compatíveis apenas com cigarro e outros itens de tabacaria (C3), o que significa que nenhum produto pertencente a outra categoria, além da C3, pode ser carregado num mesmo veículo em que produtos da categoria C1 estejam presentes.

**Tabela 1** – Relação de produtos por categoria

Categoria	Produtos
C1	Higiene, limpeza, perfumaria e descartáveis
C2	Mercearia básica (óleos, azeites, massas, achocolatados, grãos, farináceos, café, arroz, feijão e açúcar)
C3	Cigarro e outros itens de tabacaria
C4	Mercearia Líquida (bebidas alcoólicas e não alcoólicas)
C5	Ovos e FLV (frutas, legumes e verduras)
C6	Mercearia complementar (salgadinhos, enlatados, bomboniere, biscoitos, torradas, cereais e doces)

Fonte: Adaptado de Santos et al. (2019)

A compatibilidade entre categorias de produtos é um aspecto que afeta a operação de transporte, pois alguns produtos não podem ser transportados num mesmo veículo. Isso é particularmente importante no uso de veículos pequenos, uma vez que a quantidade de produto a ser entregue em cada local é muito limitada. Essa restrição é imposta tanto por códigos de boas práticas como por instituições reguladoras que, por exemplo, não permitem o transporte de produtos alimentícios junto com materiais de limpeza.

**Tabela 2** - - Matriz de compatibilidade entre categorias de produtos

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>
C <sub>1</sub>	1	0	1	0	0	0
C <sub>2</sub>	0	1	0	1	1	1
C <sub>3</sub>	1	0	1	1	0	0
C <sub>4</sub>	0	1	1	1	1	1
C <sub>5</sub>	0	1	0	1	1	0
C <sub>6</sub>	0	1	0	1	0	1

Fonte: Adaptado de Santos et al. (2019)

Adicionalmente, são adotadas as seguintes considerações operacionais: (i) toda rota começa e termina no depósito onde são carregados os veículos de uma frota homogênea; (ii) o horizonte de planejamento considerado é de um dia; (iii) não são consideradas janelas de tempo; (iv) a ocupação total de cada veículo não deve exceder a sua capacidade de carga; (v) a demanda total de um cliente para cada categoria de produto deve ser entregue por um único veículo, ou seja,

não é considerado o fracionamento da demanda dos pedidos; (v) um cliente poderá receber mais de um veículo, pois é possível que não seja viável atender a demanda total de um cliente com um único veículo devido às restrições de compatibilidade entre categorias de produtos; (vi) os clientes dos pedidos atribuídos a cada veículo devem estar dentro de um ângulo limite em relação ao depósito, pois, caso contrário, a distância total percorrida pelo veículo pode ser muito maior que a máxima distância direta; (vii) não é considerado o problema do arranjo da carga no veículo.

#### 4. MÉTODO DE SOLUÇÃO

A fim de encontrar boas soluções em tempo hábil para instâncias encontradas na prática, que podem compreender centenas de entregas, é proposta a heurística denominada “Multi Start Perturbation Tabu” (MSPT) que é composta pelas metaheurísticas “Tabu Search” (TS) e “Iterated Local Search” (ILS). O algoritmo da MSPT é apresentado na Figura 1. Em linhas gerais, o seu funcionamento é o seguinte: são geradas diversas soluções iniciais, denotando múltiplos reinícios que possuem uma fase de construção e, em seguida, uma fase de melhoria com a finalidade de continuar a busca de melhores soluções após encontrar o primeiro ótimo local.

---

**Algoritmo 1:** Estrutura geral MSPT

---

```

1  k ← 0;
2  l ← 0;
3  enquanto k ≤ ω e l ≤ ω faça
4      EscolherHC();
5      x ← x(hc);
6      se f(x) < f(x*) então
7          | x* ← x;
8      fim
9      se f(x) < f(x*) * ε então
10         k ++;
11         i ← 0;
12         j ← 0;
13         enquanto i < τ e j < σ faça
14             se resto(i/π) = 0 então
15                 | Perturbacao();
16             fim
17             Troca();
18             Realocao();
19             i ++;
20             j ++;
21             se f(x) < f(x*) então
22                 | x* ← x;
23                 | j ← 0;
24             fim
25         fim
26     fim
27     senão
28         | l ++;
29     fim
30 fim
31 3Opt();
    
```

---

**Figura 1** – Estrutura geral MSPT

A fase de construção consiste em escolher, por meio da função *EscolherHC* (passo 4), e utilizar uma heurística construtiva para obter uma solução inicial (passo 5). A escolha da heurística construtiva é feita de maneira probabilística entre as variantes propostas de heurísticas construtivas clássicas que serão descritas na subseção 4.1. A probabilidade de escolha pode ser uniforme ou de acordo com um controle de pontuações que vai sendo atualizado dinamicamente, com base no desempenho de cada heurística, de forma responsiva.

Com base na solução construída, a fase de melhoria só é iniciada se o valor da função objetivo, calculado pela soma da máxima distância direta de cada rota, não for maior que o valor da solução incumbente ( $f(x^*)$ ) multiplicado por  $\varepsilon$  (passo 9). Cada vez que a fase de melhoria é iniciada, o contador  $k$  é incrementado; caso contrário, quando a solução não é promissora, ou seja, não é menor que o valor da função objetivo da melhor solução encontrada até o momento com a fase de melhoria, o contador  $l$  é incrementado. A fase de construção e a de melhoria são realizadas até que o contador  $k$  ou  $l$  atinjam o limite de  $\omega$  reinícios (passo 3). A fase de melhoria é realizada durante  $\tau$  iterações (passo 12), nas quais são aplicados procedimentos que diversificam e intensificam a exploração e uso do espaço de soluções.

Por fim, após a última inicialização ter sido realizada é aplicado o procedimento 3Opt com a finalidade de definir o sequenciamento de pedidos que minimiza a distância total percorrida em cada rota. Esse procedimento é realizado, tendo em vista que a redução da soma das distâncias dos roteiros é um objetivo secundário (desejável) do problema, já que torna as rotas mais atraentes para as transportadoras, uma vez que implica na redução dos custos variáveis da operação de transporte.

#### 4.1. Heurísticas construtivas

O problema proposto, apesar de não ter a sua função objetivo influenciada pelo roteiro ou sequenciamento dos pontos de entrega, não deixa de ser um problema de roteamento ou sequenciamento, pois solução completa do problema deve possibilitar sugerir ao transportador os pontos de entrega que compõem o roteiro a ser realizado. Embora a distância total percorrida não seja minimizada, os agrupamentos de pedidos possuem correlação com as distâncias e ângulos com relação ao depósito. Portanto, foi feita a adaptação de heurísticas para o VRP que são o método das economias sequencial e paralelo propostos por Clarke and Wright (1964).

Tendo em vista que um mesmo cliente pode receber até 6 pedidos de produtos de categorias distintas. Portanto, o fato desses pedidos terem a mesma localização implica que a economia de pares de pedidos do mesmo cliente também seja a mesma. Dessa forma, inspirado no estudo de Altinel e Öncan (2004) foi considerado a inclusão de uma parcela no cálculo que leva em consideração a quantidade da demanda de cada cliente-categoria de produto conforme a equação (1).

$$S_{ij} = c_{i0} + c_{oj} - \lambda * c_{ij} + \gamma * \frac{q_i + q_j}{\bar{q}} \quad (1)$$

A segunda heurística construtiva é baseada no “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP). Ela leva em conta que uma característica desejável de uma boa solução do problema proposto é uma “*clusterização*” com grupos de pontos compactos, pois quanto mais compacto o “cluster”, menor a diferença entre a mínima e a máxima distância direta de entrega de uma rota. Portanto, é proposta uma heurística construtiva baseada no método utilizado por Mulvey e Beck (1984) para resolver o CCP. O primeiro procedimento é criar um determinado número de rotas e atribuir um pedido a cada uma delas de maneira aleatória. Esses pedidos são denominados pedidos semente. O número de rotas a serem criadas é calculado arredondando para o inteiro mais próximo a soma de todas as demandas dos pedidos dividida pela capacidade dos veículos.

Em seguida, a lista de pedidos é ordenada de acordo com o valor do cálculo do chamado ‘arrendimento’. O arrendimento representa a penalidade de atribuir um determinado pedido à rota com o segundo menor custo de atribuição (ou inserção), ao invés da rota com o

menor custo. Dessa maneira, busca-se reduzir a miopia de um método puramente guloso que não considera o impacto dos próximos passos na construção de uma solução.

#### 4.2. Heurísticas de melhoria

A fase de melhoria consiste em melhorar uma solução inicial e isso é feito na MSPT utilizando tanto procedimentos que têm a finalidade de convergir o resultado para um ótimo local, procedimento denominado “*Busca local com TS*”, como com a finalidade de diversificar a solução com perturbações, procedimento este denominado *Perturbação*. A sequência de aplicação dos procedimentos é indicada nos passos 13 a 17 descritos na Figura 1.

Como procedimento para melhorar uma determinada solução, foi proposta a realização de busca local utilizando os operadores *Realocação* e *Troca*, inspirados nos métodos utilizados por Osman (1993). Contudo, ao invés de testar todas as combinações de movimentos dentre os pedidos de duas rotas, o procedimento proposto tem a vizinhança de soluções a ser explorada limitada por um determinado critério inspirado no método “*Granular Search*” utilizado por Toth e Vigo (2003).

O procedimento proposto também é inspirado na metaheurística TS, e a escolha do movimento a ser realizado para ambos os operadores é feita de acordo com o primeiro movimento que gerar melhoria na função objetivo ou o que gerar a menor degradação desde que os pedidos envolvidos não estejam no período tabu. A única exceção é quando um movimento que contém um pedido no período tabu consegue melhorar a função objetivo, pois, nesse caso, o movimento é aceito, caracterizando o chamado critério de aspiração.

Em ambos os operadores, o pedido escolhido passa a ter um período tabu, cujo valor é função da raiz do número total de pedidos  $n$ . De acordo com a lógica da TS, o movimento realizado deve ter sua reversão impedida durante o período tabu.

O procedimento *Perturbação* é inspirado na metaheurística ILS e tem como objetivo buscar escapar de mínimos locais ao destruir e reconstruir parte de uma solução. Existe uma chance de 50% do operador remover uma ou duas categorias de  $\eta\%$  das rotas da solução. O valor  $\eta$  é definido aleatoriamente entre 1 e o número total de rotas da solução a cada vez que o operador é aplicado. Após a solução ser parcialmente destruída, os pedidos que haviam sido eliminados são reinseridos na solução usando uma heurística de inserção sequencial do tipo FFD (“*first-fit decrease*”).

Por fim, o procedimento *3Opt* é utilizado para encontrar um bom sequenciamento de pedidos que reduza ao máximo a distância percorrida em cada rota. O procedimento *3Opt* é um caso especial do procedimento  $\lambda$ -*opt* proposto por Lin (1965) e consiste em realizar trocas de três arcos (ou arestas) em uma rota, reconectando os pontos da rota de todas as outras maneiras possíveis e avaliando cada movimento para encontrar o melhor e modificar a solução. Esse processo é então repetido para um conjunto diferente de três arcos até que não haja mais possibilidade de redução da distância percorrida.

## 5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

A heurística proposta foi implementada em linguagem C++ utilizando o Microsoft Visual Studio 2017. Para fins de testes, foi utilizado um computador com processador Intel® Core™ i7-4500U CPU @ 1,80GHz e 8Gbytes de memória RAM.

Foram selecionadas 40 instâncias de problemas de roteamento propostas por Augerat (1995) e classificadas nos conjuntos denominados A e P conforme biblioteca CVRPLIB (<http://vrp.atd-lab.inf.puc-rio.br>). Essas instâncias foram criadas especificamente para o “*Vehicle Routing Problem*” (VRP), com frota homogênea de veículos capacitados. Possuem de 16 a 78 clientes e estão nomeadas conforme padrão P\_nN\_kK, no qual a primeira letra é o nome do conjunto de instâncias, N é o número de nós e K indica o número de rotas para a melhor solução conhecida (BKS) por Augerat (1995). O conjunto A possui instâncias cuja localização do depósito, clientes e demandas foram geradas aleatoriamente de acordo com uma distribuição uniforme. Para todas as instâncias do conjunto A a capacidade é de 100 unidades e as demandas estão entre 1 e 30 unidades. Por fim, o conjunto P é composto de versões modificadas de outras instâncias da literatura; as capacidades do conjunto P estão no intervalo de 35 a 3.000 unidades. Todas as distâncias e ângulos calculados foram arredondados para o inteiro mais próximo.

A fim de adaptar as instâncias selecionadas para o problema proposto, foi feita uma divisão da demanda original nas seis categorias definidas de maneira randômica, de modo que as demandas originais sejam distribuídas de forma uniforme dentre as seis categorias. Ou seja, uma instância de 16 clientes pode ter até 96 pedidos e uma instância de 50 clientes pode ter até 300 diferentes pedidos.

O ajuste de parâmetros foi feito a fim de se encontrar as melhores configurações relacionadas ao cálculo das economias (heurísticas para o VRP), número de iterações de busca local, número de reinícios e probabilidade de escolha da heurística construtiva, que correspondem aos parâmetros chave das heurísticas propostas nesta pesquisa. Para esse fim, foram selecionadas nove instâncias, sendo três instâncias de cada um dos conjuntos A e P: a menor instância, uma instância de tamanho médio e a maior instância. As instâncias selecionadas foram A-n32-k5, A-n39-k6, A-n48-k7, P-n16-k8, P-n23-k8 e P-n50-k10.

O ajuste foi feito em 4 etapas. Primeiramente, foram ajustados os parâmetros que influenciam o cálculo das economias (heurísticas para o VRP). Na segunda etapa, foram ajustados os parâmetros que influenciam na fase de melhoria. Na terceira etapa, foram ajustados os parâmetros relacionados à estratégia de múltiplos reinícios. Por fim, foram analisados dois tipos de probabilidades na escolha da heurística construtiva na fase de construção. A Tabela 3 sumariza os valores resultantes dos conjuntos de parâmetros que foram utilizados nos experimentos computacionais.

Os resultados são apresentados na Tabela 4 e na Tabela 5, para cada uma das instâncias que compõem os conjuntos A e P, respectivamente. Nessas duas tabelas, as colunas CW-SEQ, CW-PAR e CCP indicam o resultado utilizando cada uma das 3 heurísticas construtivas propostas. Em seguida, a coluna ‘Mín’ indica o melhor resultado encontrado pela MSPT utilizando dez sementes randômicas para geração de números aleatórios. A coluna ‘%MSHC’ indica o percentual do valor mínimo obtido utilizando a MSPT com relação ao menor valor obtido entre as 3 heurísticas construtivas propostas. A coluna ‘Média’ indica a média do resultado entre as dez sementes utilizadas. Por fim, a coluna tempo indica o tempo médio de processamento de cada instância. Foram considerados, para cada instância avaliada, três ângulos distintos: 90°, 60° e 45°, devidamente identificados através dos dois algarismos finais do nome da instância.

**Tabela 3** – Parâmetros e valores definidos

Tipo	Parâmetro	Símbolo	Valores
Cálculo das economias	Fator de forma	$\lambda$	0
	Fator de demanda	$\gamma$	0
Fase de melhoria	Número de Iterações	$\tau$	1.500
	Número de Iterações sem melhoria	$\sigma$	0,25
	Periodicidade da Perturbação	$\pi$	0,1
Múltiplos reinícios	Número de reinícios com ou sem fase de melhoria	$\omega$	200
	Fator de qualidade	$\varepsilon$	1,3
Escolha da heurística construtiva	Tipo de Probabilidade	-	Uniforme

Os resultados evidenciam que a escolha da heurística construtiva contribui de maneira significativa para a qualidade da solução obtida. Logo, ao adotar a heurística MSPT, que escolhe a heurística construtiva a ser utilizada de maneira probabilística e possui uma estratégia de múltiplos reinícios com fase de construção e melhoria, é possível gerar soluções de melhor qualidade. Adicionalmente, as heurísticas propostas foram capazes de gerar soluções viáveis de alta qualidade em tempos de processamento reduzidos.

Pode-se observar também que quanto menor o ângulo máximo dos pontos atribuídos a um veículo (de 90° para 45°) maior a distância total da solução, uma vez que um ângulo menor limita os pontos de entrega que podem ser agrupados numa mesma rota.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tratou do problema do planejamento do abastecimento de última milha em centros urbanos, propondo uma formulação matemática e heurísticas para agrupar pedidos em entregas. Esse problema é denominado neste trabalho como “Problema de Agrupamento de Pedidos em Entregas com Compatibilidade de Produtos” (PAPE-CP), uma vez que se define como função objetivo a minimização da soma da máxima distância direta de atendimento em cada rota em contraposição à distância total percorrida pelos veículos, como é usual na literatura sobre problemas de roteirização de veículos, e também considera-se a compatibilidade entre categorias de produtos a fim de assegurar que categorias incompatíveis não sejam transportadas num mesmo veículo.

Foram identificados na literatura dois métodos para resolução de problemas correlatos como o “*Vehicle Routing Problem*” (VRP), e o “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP). Ao verificar os principais aspectos desses métodos que poderiam ajudar a resolver o problema objeto da presente pesquisa foi possível propor duas heurísticas construtivas, sendo uma baseada no VRP e a outra baseada no CPP.

Além disso, foram propostas heurísticas de melhoria e a heurística “*Multi Start Perturbation Tabu*” (MSPT) que é composta pelas metaheurísticas “*Tabu Search*” (TS) e “*Iterated Local Search*” (ILS), realizando múltiplos reinícios que possuem uma fase de construção seguida de uma fase de melhoria e que após a última inicialização realiza o procedimento 3Opt para encontrar o sequenciamento de pedidos que leve a uma menor distância a ser percorrida em cada rota.

**Tabela 4 – Resultados para o Conjunto A das instâncias de Augerat (1995)**

Inst Conj. A	CW-SEQ	CW-PAR	CCP	MSPT			
	Valor da função objetivo   Diferença percentual com o menor valor			Mín	%MSHC	Média	Tempo
n32-k5-90	<b>600 0%</b>	<b>600 0%</b>	653 9%	<b>534</b>	-11.0%	534.0	32
n32-k5-60	852 2%	852 2%	<b>837 0%</b>	<b>744</b>	-11.1%	744.0	34
n32-k5-45	<b>879 0%</b>	<b>879 0%</b>	904 3%	<b>774</b>	-11.9%	774.0	35
n33-k5-90	565 8%	<b>521 0%</b>	632 21%	<b>521</b>	0.0%	521.0	45
n33-k5-60	<b>789 0%</b>	831 5%	807 2%	<b>669</b>	-15.2%	669.0	47
n33-k5-45	<b>857 0%</b>	872 2%	861 0%	<b>851</b>	-0.7%	851.0	57
n33-k6-90	647 0%	<b>645 0%</b>	702 9%	<b>531</b>	-17.7%	533.0	45
n33-k6-60	<b>791 0%</b>	<b>791 0%</b>	920 16%	<b>745</b>	-5.8%	745.0	48
n33-k6-45	<b>933 0%</b>	<b>933 0%</b>	954 2%	<b>850</b>	-8.9%	850.0	56
n34-k5-90	586 9%	<b>536 0%</b>	763 42%	<b>536</b>	0.0%	536.0	40
n34-k5-60	<b>837 0%</b>	890 6%	908 8%	<b>719</b>	-14.1%	719.0	49
n34-k5-45	<b>921 0%</b>	1.017 10%	945 3%	<b>909</b>	-1.3%	909.0	57
n36-k5-90	<b>723 0%</b>	833 15%	852 18%	<b>579</b>	-19.9%	579.0	43
n36-k5-60	<b>773 0%</b>	849 10%	867 12%	<b>665</b>	-14.0%	665.0	44
n36-k5-45	1.063 7%	1.100 11%	<b>995 0%</b>	<b>842</b>	-15.4%	842.0	48
n37-k5-90	<b>612 0%</b>	718 17%	733 20%	<b>573</b>	-6.4%	573.0	42
n37-k5-60	<b>822 0%</b>	1.029 25%	908 10%	<b>798</b>	-2.9%	798.0	53
n37-k5-45	<b>930 0%</b>	<b>930 0%</b>	984 6%	<b>930</b>	0.0%	930.0	62
n37-k6-90	<b>734 0%</b>	736 0%	<b>734 0%</b>	<b>597</b>	-18.7%	597.9	24
n37-k6-60	<b>819 0%</b>	<b>819 0%</b>	851 4%	<b>762</b>	-7.0%	762.0	53
n37-k6-45	<b>945 0%</b>	<b>945 0%</b>	952 1%	<b>828</b>	-12.4%	828.0	58
n38-k5-90	<b>577 0%</b>	615 7%	719 25%	<b>547</b>	-5.2%	547.0	44
n38-k5-60	<b>783 0%</b>	<b>783 0%</b>	982 25%	<b>741</b>	-5.4%	741.0	57
n38-k5-45	<b>1.011 0%</b>	<b>1.011 0%</b>	1.079 7%	<b>942</b>	-6.8%	942.0	70
n39-k5-90	<b>721 0%</b>	748 4%	775 7%	<b>577</b>	-20.0%	580.6	27
n39-k5-60	<b>827 0%</b>	987 19%	982 19%	<b>718</b>	-13.2%	718.0	50
n39-k5-45	<b>965 0%</b>	1.087 13%	1.249 29%	<b>894</b>	-7.4%	895.1	59
n39-k6-90	617 1%	<b>608 0%</b>	803 32%	<b>596</b>	-2.0%	596.0	51
n39-k6-60	<b>894 0%</b>	932 4%	978 9%	<b>814</b>	-8.9%	814.0	61
n39-k6-45	<b>1.014 0%</b>	1.208 19%	1.176 16%	<b>971</b>	-4.2%	971.0	66
n45-k6-90	2.110 0%	<b>2.102 0%</b>	2.669 27%	<b>2,090</b>	-0.6%	2,095.3	238
n45-k6-60	<b>2.214 0%</b>	2.219 0%	2.725 23%	<b>2,182</b>	-1.4%	2,189.4	258
n45-k6-45	2.358 1%	<b>2.342 0%</b>	2.983 27%	<b>2,250</b>	-3.9%	2,267.7	250
n45-k7-90	<b>2.390 0%</b>	2.397 0%	3.418 43%	<b>2,385</b>	-0.2%	2,391.1	111
n45-k7-60	<b>2.482 0%</b>	2.492 0%	3.476 40%	<b>2,458</b>	-1.0%	2,482.4	110
n45-k7-45	<b>2.506 0%</b>	2.539 1%	3.419 36%	<b>2,506</b>	0.0%	2,506.0	177
n46-k7-90	1.909 0%	<b>1.908 0%</b>	2.603 36%	<b>1,890</b>	-0.9%	1,900.1	210
n46-k7-60	<b>1.972 0%</b>	2.034 3%	2.672 35%	<b>1,972</b>	0.0%	1,972.0	275
n46-k7-45	<b>2.103 0%</b>	2.124 1%	2.652 26%	<b>2,038</b>	-3.1%	2,068.9	262
n48-k7-90	2.402 1%	<b>2.374 0%</b>	3.421 44%	<b>2,374</b>	0.0%	2,374.0	306
n48-k7-60	<b>2.424 0%</b>	2.452 1%	3.410 41%	<b>2,416</b>	-0.3%	2,422.4	317
n48-k7-45	<b>2.544 0%</b>	2.575 1%	3.580 41%	<b>2,520</b>	-0.9%	2,529.4	294
Total	<b>51.501 0%</b>	52.863 3%	63.533 23%	<b>48.838</b>	-5.2%	48.963	4.266

**Tabela 5 – Resultados para o Conjunto P das instâncias de Augerat (1995)**

Inst Conj. P	CW-SEQ	CW-PAR	CPP-A	MSPT			
	Valor da função objetivo   Diferença percentual com o menor valor			Mín	%MSHC	Média	Tempo
n16-k8-90	256 8%	<b>236 0%</b>	359 52%	<b>223</b>	-5.5%	223.0	27
n16-k8-60	<b>292 0%</b>	<b>292 0%</b>	355 22%	<b>238</b>	-18.5%	238.1	23
n16-k8-45	<b>322 0%</b>	<b>322 0%</b>	429 33%	<b>282</b>	-12.4%	282.0	23
n19-k2-90	238 10%	<b>217 0%</b>	291 34%	<b>217</b>	0.0%	217.0	20
n19-k2-60	<b>302 0%</b>	<b>302 0%</b>	315 4%	<b>223</b>	-26.2%	223.0	18
n19-k2-45	311 1%	311 1%	<b>309 0%</b>	<b>307</b>	-0.6%	307.0	22
n20-k2-90	<b>217 0%</b>	<b>217 0%</b>	291 34%	<b>217</b>	0.0%	217.0	21
n20-k2-60	<b>310 0%</b>	<b>310 0%</b>	315 2%	<b>223</b>	-28.1%	223.0	19
n20-k2-45	332 6%	<b>313 0%</b>	346 11%	<b>313</b>	0.0%	313.0	26
n21-k2-90	<b>217 0%</b>	<b>217 0%</b>	298 37%	<b>217</b>	0.0%	217.0	22
n21-k2-60	310 3%	310 3%	<b>302 0%</b>	<b>223</b>	-26.2%	223.0	20
n21-k2-45	<b>332 0%</b>	<b>332 0%</b>	374 13%	<b>313</b>	-5.7%	313.0	26
n22-k2-90	<b>217 0%</b>	<b>217 0%</b>	301 39%	<b>217</b>	0.0%	217.0	22
n22-k2-60	<b>310 0%</b>	<b>310 0%</b>	346 12%	<b>223</b>	-28.1%	223.0	20
n22-k2-45	332 6%	<b>313 0%</b>	<b>313 0%</b>	<b>313</b>	0.0%	313.0	28
n22-k8-90	384 4%	<b>370 0%</b>	420 14%	<b>351</b>	-5.1%	351.0	30
n22-k8-60	493 6%	<b>467 0%</b>	523 12%	<b>463</b>	-0.9%	463.0	33
n22-k8-45	<b>673 0%</b>	<b>673 0%</b>	695 3%	<b>562</b>	-16.5%	562.0	40
n23-k8-90	317 0%	<b>316 0%</b>	391 24%	<b>274</b>	-13.3%	277.3	36
n23-k8-60	334 2%	<b>326 0%</b>	412 26%	<b>286</b>	-12.3%	289.1	37
n23-k8-45	376 3%	<b>366 0%</b>	490 34%	<b>325</b>	-11.2%	327.6	38
n40-k5-90	460 2%	460 2%	<b>452 0%</b>	<b>393</b>	-13.1%	393.1	56
n40-k5-60	<b>590 0%</b>	656 11%	636 8%	<b>500</b>	-15.3%	500.0	66
n40-k5-45	<b>723 0%</b>	<b>723 0%</b>	752 4%	<b>645</b>	-10.8%	645.1	83
n45-k5-90	<b>495 0%</b>	504 2%	531 7%	<b>422</b>	-14.7%	422.0	66
n45-k5-60	671 5%	693 9%	<b>637 0%</b>	<b>577</b>	-9.4%	581.6	82
n45-k5-45	774 3%	<b>754 0%</b>	943 25%	<b>700</b>	-7.2%	700.9	98
n50-k10-90	<b>504 0%</b>	546 8%	615 22%	<b>408</b>	-19.0%	408.3	80
n50-k10-60	611 3%	<b>596 0%</b>	686 15%	<b>572</b>	-4.0%	576.6	95
n50-k10-45	<b>783 0%</b>	<b>783 0%</b>	892 14%	<b>678</b>	-13.4%	682.0	112
n50-k7-90	490 0%	546 12%	<b>488 0%</b>	<b>407</b>	-16.6%	407.4	74
n50-k7-60	<b>596 0%</b>	<b>596 0%</b>	717 20%	<b>571</b>	-4.2%	574.9	93
n50-k7-45	<b>783 0%</b>	<b>783 0%</b>	884 13%	<b>678</b>	-13.4%	679.7	110
n50-k8-90	502 4%	546 14%	<b>481 0%</b>	<b>407</b>	-15.4%	407.7	78
n50-k8-60	603 1%	<b>596 0%</b>	660 11%	<b>568</b>	-4.7%	574.1	93
n50-k8-45	<b>783 0%</b>	<b>783 0%</b>	886 13%	<b>680</b>	-13.2%	682.3	111
Total	16.243 0%	<b>16.302 0%</b>	18.135 12%	<b>14.216</b>	-12.8%	14.254	1.849

O problema considerado neste trabalho possui dois atributos de solução, que não foram identificados por Vidal et al. (2013) e que também não foram encontrados após amplo levantamento bibliográfico na literatura do VRP: a consideração do frete pela máxima distância direta e a imposição de um ângulo limite em uma rota. Além disso, a consideração das características dos produtos não é usual na literatura do VRP e os trabalhos encontrados com essa abordagem apresentam essa consideração produto a produto e não por categoria de produtos.

Uma possível extensão do problema compreenderia a sua formulação matemática, a fim de possibilitar comparar os resultados obtidos pela heurística proposta (MSPT) com as respectivas soluções ótimas. Adicionalmente, como possível encaminhamento deste trabalho, recomenda-se estudar a consideração de compatibilidade entre categorias de produtos e/ou ângulo limite no problema clássico de roteamento (minimização da distância total percorrida em cada rota). Também é válido avaliar a inclusão de outros atributos na resolução do problema proposto de forma análoga aos “*Multi-Attribute Vehicle Routing Problems*” (MAVRPs) encontrados para resolução do VRP descritos por Vidal *et al.* (2013).

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Altinel, Í. K. and Öncan, T. (2004) ‘A new enhancement of the Clarke and Wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem’, *Journal of the Operational Research Society*, 56(8), pp. 954–961. doi: 10.1057/palgrave.jors.2601916.
- Augerat, P. (1995) *Approche polyédrale du problème de tournées de véhicules*. Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Clarke, G. and Wright, J. W. (1964) ‘Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points’, *Operations Research*, 12(4), pp. 568–581. doi: 10.1287/opre.12.4.568.
- Duhamel, C. *et al.* (2010) ‘A GRASPxELS approach for the capacitated location-routing problem’, *Computers and Operations Research*, 37(11), pp. 1912–1923. doi: 10.1016/j.cor.2009.07.004.
- Golden, B., Raghavan, S. and Wasil, E. (2008) *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. Edited by B. L. Golden, S. Raghavan, and E. A. Wasil. US: Springer.
- Groër, C., Golden, B. and Wasil, E. (2011) ‘A parallel algorithm for the vehicle routing problem’, *INFORMS Journal on Computing*, 23(2), pp. 315–330. doi: 10.1287/ijoc.1100.0402.
- Hamdi-Dhaoui, K., Labadie, N. and Yalaoui, A. (2011) ‘The Vehicle Routing Problem with Conflicts’, *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), pp. 9799–9804. doi: 10.3182/20110828-6-IT-1002.01565.
- Ho, S. C. and Gendreau, M. (2006) ‘Path relinking for the vehicle routing problem’, *Journal of Heuristics*, 12(1–2), pp. 55–72. doi: 10.1007/s10732-006-4192-1.
- Jin, J., Crainic, T. G. and Lokketangen, A. (2012) ‘A parallel multi-neighborhood cooperative tabu search for capacitated vehicle routing problems’, *European Journal of Operational Research*. Elsevier B.V., 222(3), pp. 441–451. doi: 10.1016/j.ejor.2012.05.025.
- Laporte, G. *et al.* (2000) ‘Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem’, *International Transactions in Operational Research*, 7(4–5), pp. 285–300. doi: 10.1111/j.1475-3995.2000.tb00200.x.
- Lin, S. (1965) ‘Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem’, *Bell System Technical Journal*, 44(10), pp. 2245–2269. doi: 10.1002/j.1538-7305.1965.tb04146.x.
- Marinakis, Y. and Marinaki, M. (2011) ‘Bumble Bees Mating Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem’, *Handbook of Swarm Intelligence*, pp. 347–369. doi: 10.1007/978-3-642-17390-5\_15.
- Mulvey, J. M. and Beck, M. P. (1984) ‘Solving capacitated clustering problems’, *European Journal of Operational Research*, 18(3), pp. 339–348. doi: 10.1016/0377-2217(84)90155-3.
- Osman, I. H. (1993) ‘Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem’, *Annals of Operations Research*, 41(4), pp. 421–451. doi: 10.1007/BF02023004.
- Santos, L. F. O. M. *et al.* (2019) ‘A variable neighborhood search algorithm for the bin packing problem with compatible categories’, *Expert Systems with Applications*. Elsevier Ltd, 124, pp. 209–225. doi: 10.1016/j.eswa.2019.01.052.
- Toth, P. and Vigo, D. (2002) *The Vehicle Routing Problem*. Edited by P. Toth and Daniele Vigo. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics. doi: 10.1137/1.9780898718515.
- Toth, P. and Vigo, D. (2003) ‘The Granular Tabu Search and Its Application to the Vehicle-Routing Problem’, *INFORMS Journal on Computing*, 15(4), pp. 333–346. doi: 10.1287/ijoc.15.4.333.24890.
- Vidal, T. *et al.* (2013) ‘Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey and synthesis’, *European Journal of Operational Research*. Elsevier B.V., 231(1), pp. 1–21. doi: 10.1016/j.ejor.2013.02.053.
- Yu, B., Yang, Z. Z. and Yao, B. (2009) ‘An improved ant colony optimization for vehicle routing problem’, *European Journal of Operational Research*, 196(1), pp. 171–176. doi: 10.1016/j.ejor.2008.02.028.