

APLICAÇÃO DE UMA HEURÍSTICA AO PROBLEMA DE MÚLTIPLAS MOCHILAS DE TAMANHOS VARIADOS PARA A REDUÇÃO DE CUSTOS NO TRANSPORTE AÉREO *OFFSHORE*

Filipe M. Heringer

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

RESUMO

A aviação de helicópteros na Petrobras é responsável por mais de 20% de todos os passageiros “*offshore*” do planeta. Além de sua relevância estratégica, otimizações neste segmento podem gerar redução do custo logístico, aumento da disponibilidade de aeronaves, redução de impactos ambientais pela diminuição do consumo de combustíveis e redução do tempo de exposição ao risco. O objetivo deste artigo é apresentar a implementação de um algoritmo de otimização que utiliza heurísticas para solucionar o problema de Múltiplas Mochilas de Tamanhos Variados para obter máxima eficiência da frota em uma determinada base aérea. Como produto do algoritmo, é gerada uma tabela de voos para a execução do transporte da força de trabalho embarcada. Os ganhos econômicos obtidos representam uma redução de R\$ 100 milhões no Plano Quinquenal de Negócios da Petrobras, o que comprova o benefício do método proposto.

ABSTRACT

Helicopter aviation at Petrobras is responsible for more than 20% of all offshore passengers on the planet. In addition to its strategic relevance, optimizations in this segment can reduce logistics costs, increase aircraft availability, reduce environmental impacts by reducing fuel consumption and reduce risk exposure time. The objective of this paper is to present the implementation of an optimization algorithm that uses heuristics to solve the Multiple Knapsack Problem (MKP) to obtain maximum efficiency of the fleet in a certain airbase. As a product of the algorithm, a flight schedule is generated for carrying out the offshore workforce. The economic savings obtained represent a reduction of R\$ 100 million in the Petrobras Five-Year Business Plan, which proves the benefit of the proposed method.

1. INTRODUÇÃO

Na indústria do petróleo, o segmento conhecido como E&P (Exploração e Produção) congrega as atividades de exploração de novas jazidas de petróleo com as de produção e tratamento de óleo e gás natural. Na Petrobras, cerca de 90% da produção de petróleo é oriunda das operações em alto mar (ambiente *offshore*). Cabe destacar que as sondas de perfuração de poços e as plataformas de produção de petróleo passam grande parte de sua vida útil em alto mar, sem sequer retornar para um porto, o que demanda a utilização de recursos logísticos em larga escala para o suprimento de pessoas e cargas nestas unidades.

Apesar do uso do modo marítimo para o transporte de cargas, o transporte de pessoas é realizado com o uso do modo aéreo. Atualmente, a Petrobras conta com um total de 50 helicópteros contratados em 11 bases aéreas na costa brasileira. Nos últimos 5 anos, a Petrobras transportou cerca de 1 milhão de passageiros/ano. De acordo com os dados publicados pela *International Association of Oil & Gas Producers* - IOGP (2017), é possível perceber que isso representa cerca de 20% de todo o volume operado no segmento da aviação *offshore* mundial.

Em função da relevância desta operação, é necessário buscar formas de otimizar o uso dos recursos disponíveis para a redução dos custos operacionais. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é apresentar a aplicação de uma técnica de otimização baseada no problema das Múltiplas Mochilas, conhecido como *Multiple Knapsack Problem* (MKP) para a definição da programação de voos para o atendimento às unidades marítimas da Bacia de Campos.

2. DESCRIÇÃO DO CASO

A distribuição de passageiros transportados a partir de cada base aeroportuária depende de fatores como posição geográfica das unidades marítimas, além das capacidades e limitações de cada aeroporto. Dentre estas, pode-se citar: capacidade de processamento de passageiros nos

a Petrobras ocupa todas as posições disponíveis, com 7 helicópteros S-92, do fabricante *Sikorsky*, além de 3 AW-139, do fabricante *Leonardo Helicopters*.

Pelo fato deste heliporto estar no limite da capacidade de aeronaves, optou-se por buscar uma ampliação da capacidade operacional, sem a inclusão de novos helicópteros. O desafio então seria aumentar a quantidade de voos diários na base, maximizando o uso tanto do heliporto quanto dos helicópteros disponíveis, além de todos os demais recursos empregados como equipes de manutenção, suporte de pista, inspeção de bagagens, etc.

O Aeroporto de Campos dos Goytacazes opera atualmente com 5 helicópteros, sendo 2 do modelo S-92 e 3 do modelo AW-139. Depois de Farol de São Tomé, é a localidade mais vantajosa para grande parte da operação *offshore* da Petrobras na Bacia de Campos. Já o aeroporto de Macaé é muito utilizado para voos de comitivas e transportes especiais. No entanto, sua utilização para voos de trocas de turma é restrita, dada sua distância à maioria das plataformas.

Em função de sua localização privilegiada optou-se por buscar a otimização das tabelas de voos de Farol de São Tomé, a partir da maximização da realização de voos diários, recebendo a maior quantidade possível dos voos atualmente realizados por Campos e Macaé. Importante ressaltar que todas as mudanças devem sempre respeitar as restrições impostas por normas (ICA, 2018) e pelas capacidades técnicas do heliporto, além de manter uma capacidade de recuperação de voos suficiente para comportar possíveis atrasos ou cancelamentos de voos.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Dado um conjunto de n itens com valores v_i e volumes p_i , e uma mochila de volume W , o “Problema da Mochila”, conhecido como *Knapsack Problem*, consiste em escolher quais itens deverão ser incluídos nesta suposta mochila, de maneira que maximize o valor total do conjunto dos itens escolhidos, respeitando a capacidade volumétrica do recipiente. Uma ilustração deste problema pode ser vista na Figura 3.

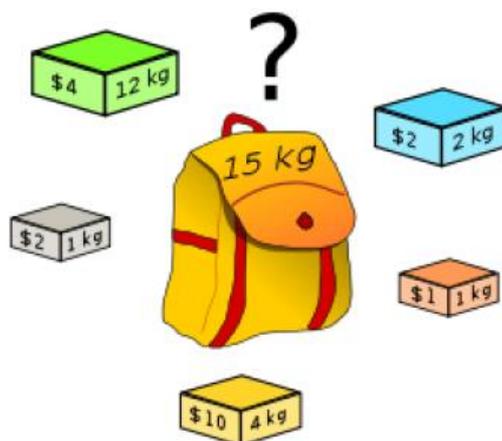


Figura 3: Ilustração do Problema da Mochila Binária (KP01)

Fonte: Extraído de AMARANTE (2013)

Este é um dos clássicos problemas do tipo NP-Difícil em pesquisa operacional e possui vasta lista de aplicações. Sua formulação matemática padrão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\text{Maximizar: } z = \sum_{i=1}^n v_i \cdot x_i \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i \leq W \quad (2)$$

em que v_i : valor de cada item (i) a ser avaliado;

p_i : volume de cada item (i) a ser avaliado;

n : quantidade de itens disponíveis;

$x_i \in \{0,1\}$: Indica se o item será escolhido para estar na mochila;

W : volume disponível na mochila.

Este problema é um exemplo de otimização combinatória e é também conhecido como Problema da Mochila Binária (KP01). De acordo com Ezugwu (2019), este tipo de problema aparece em processos de suporte à tomada de decisão em uma enorme variedade de campos. Dentre outros, pode-se citar problemas de alocação ótima de capital, carregamento máximo em navios e caminhões, problemas de escolha alocação de recursos, dentre outras formulações úteis.

Há diferentes formas de se abordar este problema do ponto de vista dos algoritmos utilizados na busca por sua solução. Ezugwu (2019) realizou um estudo recente onde compara vários métodos, incluindo uma variedade de algoritmos heurísticos e meta-heurísticos que incluem Algoritmo de Busca *Greedy* (GSA), Programação Dinâmica (DP), Ramificação e Encadeamento (BB), Algoritmo Genético (GA) e Recozimento Simulado (SA). A escolha do método a ser utilizado dependerá do nível de complexidade da implementação do algoritmo selecionado e do desempenho em termos de tempo de processamento até a obtenção da solução adequada, seja ela ótima ou sub-ótima.

Outra possibilidade seria utilizar de métodos exatos como o método de “*Branch and Bound*” conforme proposto por Nowak (2010), na tentativa de se buscar uma solução melhor do que uma sub-ótima. No entanto, para o desenvolvimento deste trabalho, como o objetivo da busca é o melhoramento da solução atual em operação, e não o desenvolvimento de um método exato, é proposta a utilização de heurísticas simplificadas na busca de soluções rápidas.

Dentre as formas citadas, há modelos implementados de solução relativamente simples, mesmo este sendo um problema do tipo NP-Difícil. No entanto, a complexidade do problema pode ser substancialmente aumentada quando se utilizam várias mochilas ao invés de apenas uma. Uma ilustração deste caso pode ser vista na Figura 4.

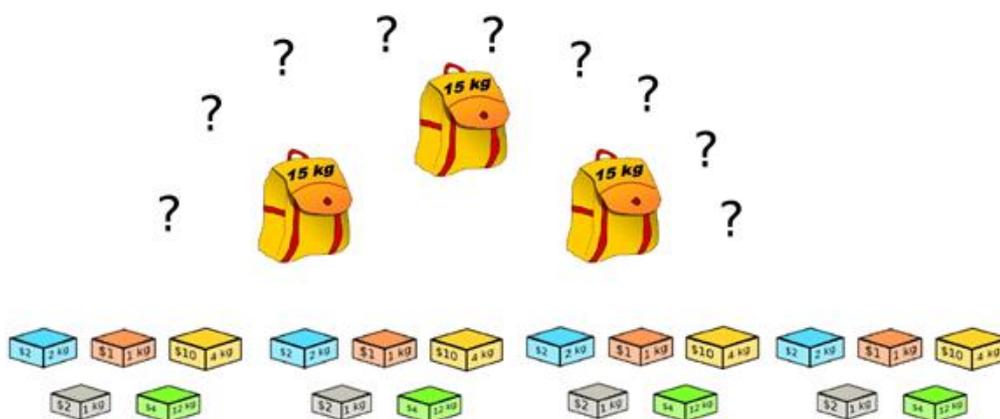


Figura 4: Ilustração do Problema de Múltiplas Mochilas (MKP)

Fonte: Extraído de Amarante (2013)

No caso particular de todas as mochilas serem iguais, é possível resolver várias vezes o problema da mochila binária (KP01) retirando a solução da primeira mochila das possibilidades de solução para as próximas. Contudo, para mochilas de tamanhos diferentes entre si é necessária uma avaliação integrada na busca da solução. Este problema é chamado de *Multiple Knapsack Problem* (MKP), ou Problema de Múltiplas Mochilas, e possui seguinte forma padrão (Martello e Toth, 1990):

$$\text{Maximizar: } z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_i \cdot x_{ij} \quad (3)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n p_i \cdot x_{ij} \leq W_j \quad j \in N = \{1, \dots, n\} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1 \quad i \in M = \{1, \dots, m\} \quad (5)$$

em que v_i : valor de cada item (i) a ser avaliado;

n : quantidade de itens disponíveis;

m : quantidade de mochilas disponíveis;

p_i : volume de cada item (i) a ser avaliado;

$x_{ij} \in \{0,1\}$: Indica se o item (i) será escolhido para estar na mochila (j);

W_j : volume disponível na mochila (j).

É possível perceber que se $m = 1$, o problema das múltiplas mochilas é reduzido ao problema da mochila binária, já definido anteriormente. Também é importante observar que o problema de múltiplas mochilas (MKP) é diferente do *Multiple-Choice Knapsack Problem* (MCKP), descrito por Bednarczuk (2018). No MKP há um conjunto de m mochilas e outro de n itens disponíveis. Por outro lado, no MCKP há apenas uma mochila, mas vários subconjuntos de itens disponíveis, e apenas um item de cada subconjunto poderá estar contido na mochila.

4. METODOLOGIA

O problema proposto neste trabalho foi resolvido a partir da modelagem matemática de um Problema de Múltiplas Mochilas de tamanhos variados para buscar uma solução de alocação de voos em diferentes helicópteros em uma mesma base aérea. Nos itens seguintes serão explicitados os aspectos relacionados à modelagem, à representação de soluções e ao desenvolvimento do algoritmo.

4.1. Modelagem matemática

A função objetivo, ou seja, o objeto da maximização é a utilização do tempo útil total de todos os helicópteros disponíveis na base aérea. É importante ressaltar que o tempo útil para voos *offshore* se inicia a partir do nascer do sol e obrigatoriamente deve estar finalizado até o pôr do sol, conforme regulação aplicável do Comando da Aeronáutica (ICA, 2018). Os horários do nascer e pôr do sol são apresentados na Figura 5.

As mochilas disponíveis são os tempos úteis de operação de cada helicóptero. Por convenção e adequação à realidade operacional, foi considerado que o primeiro voo poderá partir às 6h30min e deverá ter pousado até o limite do pôr do sol, o que significam 390 minutos contados a partir de 0h00min. Isto será observado na representação visual de solução (Figura 6). Foi convencionado um valor fixo de limite considerando o menor valor disponível do ano.

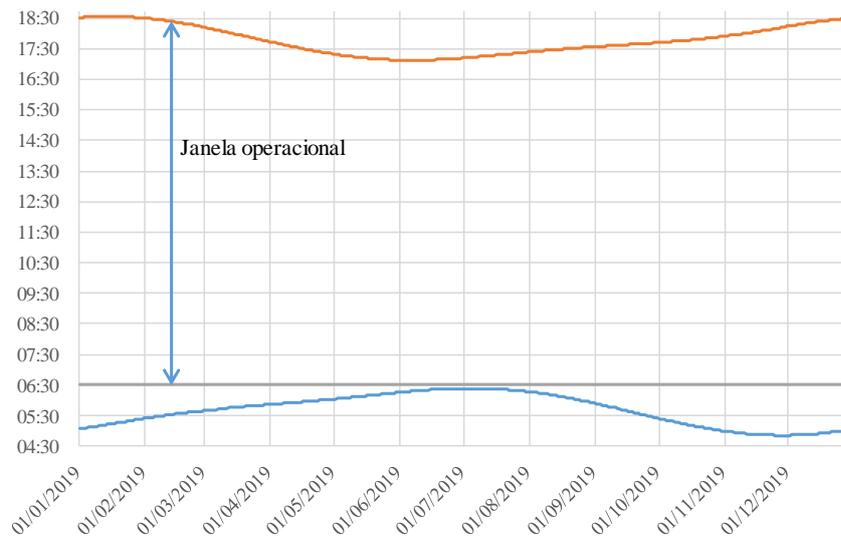


Figura 5: Nascer e pôr do sol em Farol de São Tomé (SBFS)

Fonte: www.aisweb.aer.mil.br, dados de 2019

Os itens a serem acomodados nas mochilas (helicópteros) são os voos demandados em um dia. O volume de cada item foi considerado como sendo a duração de cada voo, pois está relacionado à limitação temporal da janela operacional dos helicópteros. Curiosamente, o valor de cada item a ser adicionado nas mochilas também foi considerado como sendo a duração de cada voo. Isso decorre do fato de que o valor agregado para a análise do problema das múltiplas mochilas neste caso é exatamente o tempo total de voos previstos na tabela, o que se busca maximizar. Como no Heliporto de Farol de São Tomé não é possível realizar decolagens simultâneas, a decolagem do primeiro voo de cada helicóptero foi defasada em 5 minutos, o que gerou a necessidade de que a janela operacional de cada helicóptero fosse diminuída sequencialmente. É importante mencionar que os possíveis conflitos gerados ao longo do dia entre pousos e decolagens de diferentes helicópteros foram desconsiderados do ponto da solução numérica, pois é possível acomodar pequenas variações, fazendo com que uma aeronave aguarde a finalização da manobra da outra, sem grande prejuízo operacional ou descasamento da solução matemática obtida. Desta forma, o problema foi formulado da seguinte forma:

$$\text{Maximizar: } z = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^n d_i \cdot x_{ij} \quad (6)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n d_i \cdot x_{ij} \leq W_j \quad j \in N = \{1, \dots, n\} \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^h x_{ij} \leq 1 \quad i \in M = \{1, \dots, h\} \quad (8)$$

em que n : quantidade de voos a serem avaliados;

h : quantidade de helicópteros disponíveis;

d_i : duração de cada voo (i) a ser avaliado;

$x_{ij} \in \{0,1\}$: Indica se o voo (i) será realizado pelo helicóptero (j);

W_j : janela operacional do helicóptero (j).

Há uma restrição operacional de que exista um intervalo entre voos de 45 minutos em um mesmo helicóptero. Este tempo é utilizado para realização de atividades de rotina nas aeronaves, análise de integridade e segurança, preparação de planos de voo e outros procedimentos do operador aéreo. Se houver n voos na programação de um determinado helicóptero, haverá $n-1$ intervalos entre voos, o que acarreta em uma redução de $45*(n-1)$ minutos na janela operacional W_i .

Além disso, a partir da defasagem de 5 minutos entre as primeiras decolagens de cada aeronave, é possível perceber que a janela operacional W_i do i -ésimo helicóptero sofre uma redução de $5*(i-1)$ minutos.

4.2. Representação de Solução

Como o objetivo é gerar automaticamente uma tabela de voos viável e que obedeça às restrições elencadas no item anterior, optou-se pela geração da representação de solução do algoritmo de uma forma visual. Como a técnica escolhida foi uma combinação de diferentes heurísticas, o algoritmo não é capaz de garantir uma solução ótima, mas de encontrar resultados bons o suficiente para a obtenção de benefícios econômicos relevantes.

Além disso, uma solução diferente poderá ser obtida a cada tentativa, e a representação visual da solução pode ser muito útil durante a avaliação do analista para aceitar ou não a resposta encontrada. Isso é possível pois tal representação facilita o descarte imediato de soluções ruins juntamente com a decisão de uma nova rodada. Também permite ajustes rápidos pelo analista, por exemplo, removendo voos da solução relaxada para a obtenção de uma solução totalmente viável.

Todos os elementos da modelagem detalhada no item anterior estão representados na Figura 6:

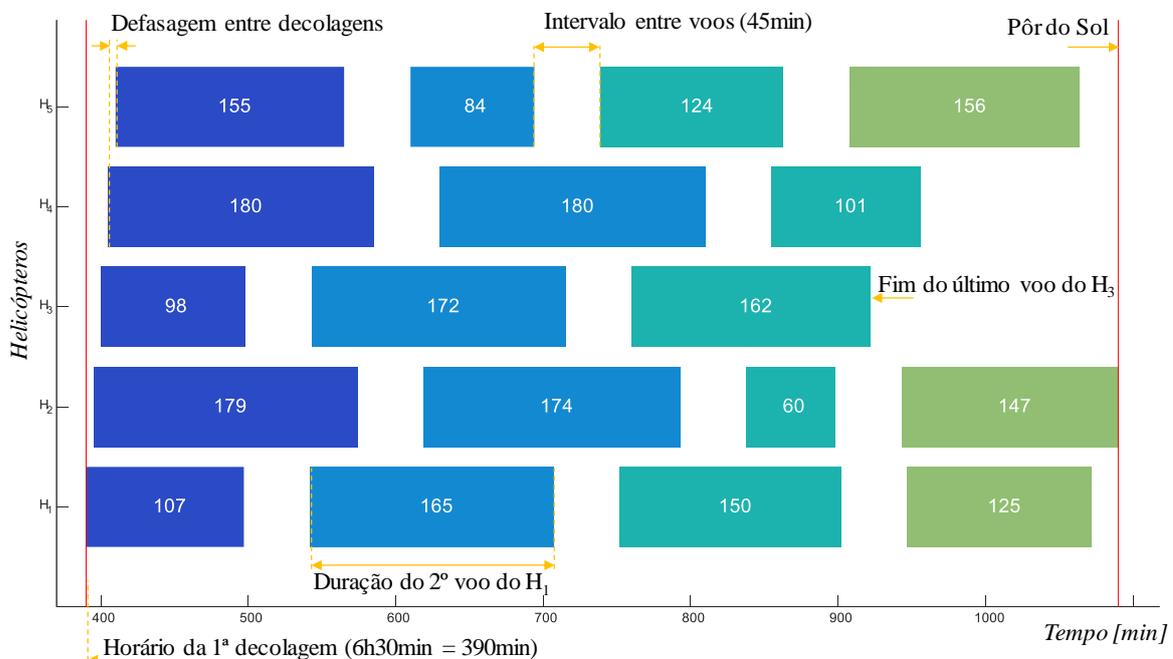


Figura 6: Representação visual de uma solução viável do problema

4.3. Definição da Função Objetivo

Para o cálculo da função objetivo foram somados todos os tempos de voo dos helicópteros

desde que satisfaçam às restrições, ou seja, somente daqueles que contenham apenas voos que não excedam o limite do pôr do sol. Este procedimento foi aplicado como uma relaxação da solução, onde foram aceitas soluções “inviáveis”, mas aplicando-se uma forte penalização na função. Durante o desenvolvimento do trabalho, foram testadas penalizações menores, por exemplo aplicando percentuais de redução ou apenas desconsiderando os voos que inviabilizem a solução. No entanto, foi possível perceber que a convergência é mais lenta nestes casos. Por isso, todo helicóptero cuja programação não atendesse às restrições do problema foi integralmente desprezado para efeito de cálculo.

Tal situação está representada na Figura 7. Foram destacados em vermelho os voos cujas durações foram desconsideradas na função objetivo por gerarem uma situação de inviabilidade de execução prática por excederem as janelas operacionais impostas por regulamento do Comando da Aeronáutica (ICA, 2018).

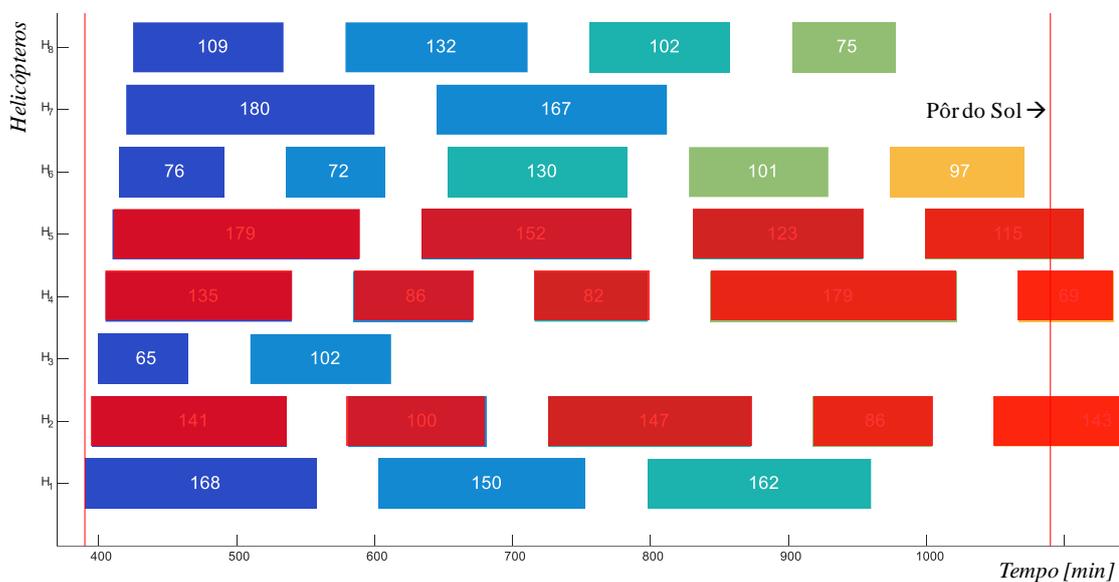


Figura 7: Penalização na função objetivo de soluções relaxadas que violem as restrições

4.3. Desenvolvimento do algoritmo

Uma heurística deve considerar duas estratégias antagônicas: Diversificação e Intensificação. A primeira busca explorar todo o espaço de busca possível para evitar que o algoritmo explore apenas uma região limitada do espaço possível, e a segunda para melhorar ao máximo uma solução em uma busca local. Neste trabalho, foram utilizadas 3 fases de busca em sequência que combinam as estratégias mencionadas acima.

Para a primeira fase foi utilizado um algoritmo baseado em força bruta fazendo uma busca aleatória em todo o espaço de soluções. O objetivo desta primeira fase foi a obtenção de uma solução não-ótima, mas que contivesse características interessantes para iniciar buscas locais mais eficientes, e que principalmente obedecesse às restrições impostas ao problema para que as buscas locais das próximas fases fossem iniciadas a partir de uma solução totalmente viável. Apesar de ser conhecido como um algoritmo muito pouco eficiente, a busca aleatória neste caso foi bastante útil, pois consumiu pouco tempo e gerou soluções úteis para buscas locais mais eficientes. É importante mencionar que em todas as fases não foram utilizados quaisquer critérios de convergência, mas apenas um número fixo de iterações.

Na segunda fase foi utilizada uma heurística de busca local, a partir de trocas aleatórias e sucessivas entre voos alocados nos helicópteros e voos não alocados. Ou seja, os itens alocados

nas mochilas foram substituídos por itens deixados de fora na fase 1, e caso a solução encontrada fosse melhor que a anterior, o vetor de soluções era atualizado.

Na terceira fase também foram feitas buscas locais, no entanto substituindo voos já alocados entre os vários helicópteros, alternando apenas a posição relativa entre eles. Para ilustrar a fase 3, pode-se verificar na Figura 7 que a troca de qualquer voo do helicóptero H₄ para o H₃ viabilizaria o vetor de soluções do H₄ sem prejudicar o H₃, o que melhoraria a solução global. Foi percebido que esta etapa não agregou muito valor, uma vez que a intenção inicial deste procedimento era de viabilizar soluções inviáveis numa solução relaxada através de uma melhor distribuição de voos entre os diferentes helicópteros, o que já havia ocorrido de forma eficiente na fase 1.

5. RESULTADOS

Os dados de entrada do problema foram incluídos em uma matriz com a sigla de todas as unidades marítimas a serem atendidas em um determinado dia da semana, as durações previstas para o atendimento a cada uma delas e a quantidade de voos demandada num mesmo dia. Outro dado de entrada importante é a janela operacional. Foi considerada uma janela máxima de 638 minutos, calculada a partir da primeira decolagem às 6h30min e o pôr do sol de 17h08min. O vetor de dados de entrada está listado na Tabela 1:

Tabela 1: Dados de entrada para processamento do algoritmo

| | | | | | | | |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Plataforma | P ₁ | P ₂ | P ₃ | P ₄ | P ₅ | P ₆ | P ₇ |
| Duração | 01:40 | 01:35 | 01:21 | 01:33 | 01:32 | 01:33 | 01:33 |
| #Voos | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Plataforma | P ₈ | P ₉ | P ₁₀ | P ₁₁ | P ₁₂ | P ₁₃ | P ₁₄ |
| Duração | 01:29 | 01:30 | 01:39 | 01:43 | 01:11 | 01:32 | 01:29 |
| #Voos | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| Plataforma | P ₁₅ | P ₁₆ | P ₁₇ | P ₁₈ | P ₁₉ | P ₂₀ | P ₂₁ |
| Duração | 01:28 | 01:23 | 01:22 | 01:42 | 01:37 | 01:43 | 01:39 |
| #Voos | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |

É importante ressaltar que cada rodada do algoritmo considerando 6 helicópteros levou cerca de 25 a 30 segundos para gerar uma solução sub-ótima adequada para a operação.

Dos 29 voos selecionados, foi possível alocar 27 em 6 helicópteros, conforme representação visual na Figura 8. Do total de voos disponíveis, 2 não foram escolhidos por excederem as restrições temporais.

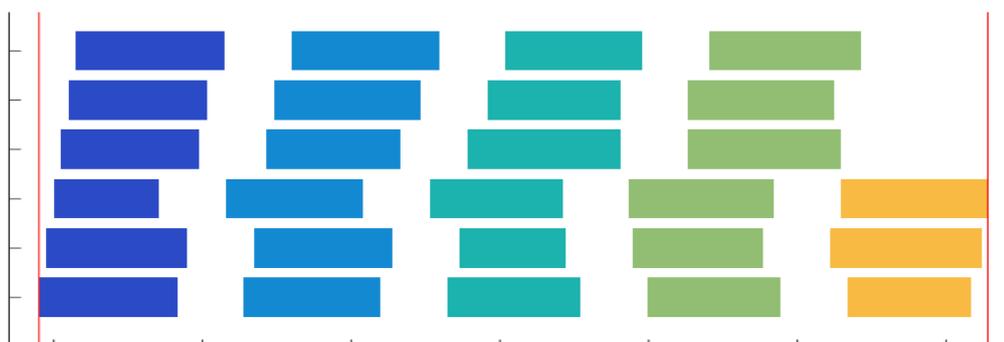


Figura 8: Esquemático da solução de tentativa de alocação de 29 voos em 6 helicópteros

Para facilitar a avaliação do analista de logística e permitir tomadas de decisão baseadas na resposta do algoritmo, os dados da solução foram tratados no MsExcel® e foram apresentados contendo o horário da decolagem de todos os voos, bem como as unidades marítimas a serem atendidas.

Outro ponto importante a ser destacado é que, conforme detalhado na seção 1, o Heliporto de Farol de São Tomé possui 7 Helicópteros de grande porte. Ao rodar o algoritmo foi escolhido $h=6$ numa tentativa de utilizar o mínimo de frota, deixando uma aeronave à disposição para o caso de indisponibilidade de qualquer outra. Como faltaram 2 voos, foi decidido alocá-los no sétimo helicóptero, ainda mantendo uma capacidade de recuperação operacional na sétima aeronave. Os resultados pós processamento podem ser vistos na Figura 9:

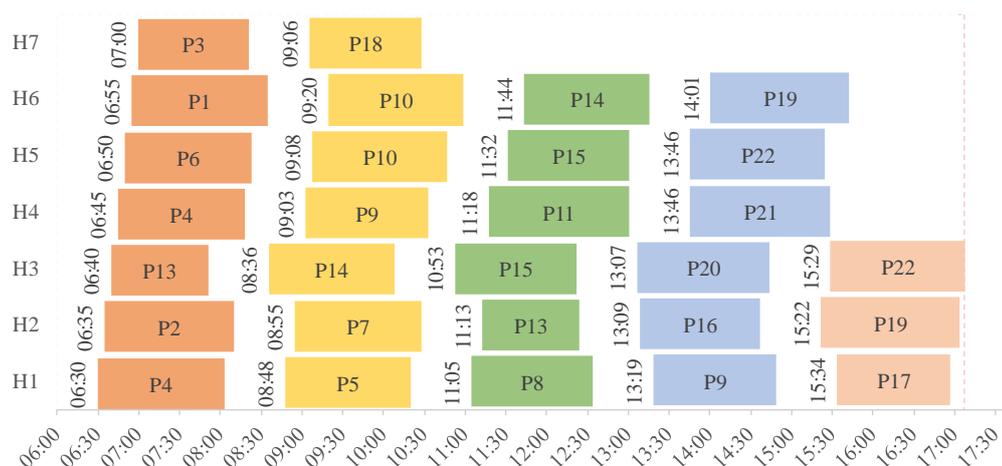


Figura 9: Solução apresentada pós processamento das informações detalhadas dos voos

Após a alocação dos voos nos helicópteros de grande porte, o mesmo procedimento foi adotado para os 3 helicópteros de médio porte, e refeito para todos os dias da semana.

Na prática, a ordem dos voos num mesmo helicóptero não altera o resultado, e é possível em alguns casos que a inversão da ordem de decolagem dos helicópteros permita uma distribuição mais favorável de voos para evitar que o último pouso esteja muito próximo do limite do pôr do sol. Além disso, os resultados foram apresentados aos clientes internos, e adequados dentro das necessidades operacionais de cada unidade marítima, no entanto sem violar as restrições preestabelecidas.

Os resultados obtidos permitiram um aumento de voos em São Tomé de 31 para 40 voos diários, o que representa um aumento de cerca de 30% de utilização desta base aérea. Como foi mostrado na seção 2, esta é a base mais próxima das unidades marítimas. Assim, esta solução gerou uma redução no total de horas voadas o que reduziu em R\$ 100 milhões no Plano Quinquenal de Negócios da Petrobras, uma demonstração prática da utilidade e da relevância do trabalho desenvolvido. Este valor foi calculado a partir da quantidade de horas de voo que serão eliminadas da operação, pelo fato de ter sido possível maximizar a ocupação das tabelas de voo na localidade mais favorável à operação aérea *offshore*.

6. CONCLUSÃO

O presente estudo evidencia o quão útil pode ser a utilização de uma modelagem matemática para busca sub-ótima utilizando combinações de heurísticas simples. Pode-se concluir que, para este caso, a utilização de um método de força bruta sem ordenação de solução para busca global combinado com heurísticas de busca local podem gerar resultados satisfatórios com pouco

tempo de processamento. Tal conclusão se deve ao fato de que a construção do algoritmo desenvolvido neste trabalho foi desenhada para a obtenção de um resultado direcionado ao problema em pauta.

No aspecto operacional, é importante ressaltar que as soluções obtidas precisaram ser negociadas com os clientes internos, além de ter sido necessárias algumas adequações nos voos de outros aeroportos, em função do incremento da oferta de voos no Heliporto de Farol de São Tomé. A partir deste trabalho, outras frentes de otimização foram iniciadas para melhorar o fluxo de passageiros e bagagens nesta base aérea, permitindo sucessivos incrementos de produtividade com a redução dos gargalos operacionais.

Apesar de o problema da mochila ser largamente estudado e haver várias publicações sobre as mais variadas aplicações práticas, é escasso o material publicado sobre a utilização deste tipo de solução nas programações de operações de transporte aéreo *offshore*. Por isso, dados os volumes financeiros envolvidos a partir deste tipo de otimização neste importante segmento da indústria de Óleo e Gás, sugere-se que sejam feitos novos estudos de refinamento desta modelagem.

Em trabalhos futuros, sugere-se também a avaliação estocástica da qualidade das soluções encontradas, independente se forem ótimas ou sub-ótimas, de maneira que auxilie os gestores do planejamento do transporte na tomada de decisão entre quais as melhores soluções obtidas, considerando também as probabilidades de atrasos nos voos, além dos intervalos entre pousos e decolagens.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amarante, S. R. M. (2013) Utilizando o problema de múltiplas mochilas para modelar o problema de alocação de máquinas virtuais em computação nas nuvens. 82f. *Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)*, Universidade Federal do Ceará.
- Amarante, S. R. M.; F.M. Roberto; A.R. Cardoso and J. Celestino (2013) Using the multiple knapsack problem to model the problem of virtual machine allocation in cloud computing. *Proceedings of the IEEE 16th International Conference on Computational Science and Engineering (CSE)*.
- Bartholdi J.J. (2008) The Knapsack Problem. In: Chhajer D., Lowe T.J. (eds) Building Intuition. *International Series in Operations Research & Management Science, vol 115*. Springer, Boston, MA
- Bednarczuk, E. M.; J. Miriforidis e P. Pyzel (2018) A multi-criteria approach to approximate solution of multiple-choice knapsack problem. *Computational Optimization and Applications*.
- Ezugwu, A. E.; V. Pillay; D. Hirasen; K. Sivanarain and M. Govender (2019) Comparative Study of Meta-Heuristic Optimization Algorithms for 0-1 Knapsack Problem: Some Initial Results. *IEEE Access*, 7, 43979-44001.
- Hristakeva, M. and D. Shrestha (2005) Different approaches to solve the 0/1 Knapsack problem. *The Midwest Instruction and Computing Symposium*.
- ICA 100-4 (2018) *Regras e Procedimentos Especiais de Tráfego Aéreo para Helicópteros*. Ministério da Defesa, Comando da Aeronáutica.
- Kolesar, P. J. (1967) A branch and bound algorithm for the Knapsack problem. *Management Science*, v. 13, n. 9, p. 609-772.
- Manaseer, S. and H. Almgodady (2017) New Hybrid Approach to Solve the 0/1, Bounded Knapsack Problem. *International journal on future revolution in computer Science and Communication engineering*. 3. 2454-4248.
- Martello, S.; D. Pisinger and P. Toth (1999) Dynamic programming and strong bounds for the 0-1 Knapsack problem. *Management Science*, v. 45, n. 3, p. 414-424.
- Martello, S.; D. Pisinger and P. Toth (2000) New trends in exact algorithms for the 0-1 Knapsack problem. *European Journal of Operational Research*, v. 123, p. 325-332.
- Martello, S.; P. Toth (1990) *Knapsack problems: algorithms and computer implementations*. Editora Wiley, New York. ISBN 0-471-92420-2.
- Nowak, P.Z.; M. Nowak (2010). Branch and bound algorithm – Software proposal for schedules optimization. *The 10th Conference of modern building, materials, structures and techniques*.
- Reniers, G. L. L. and K. Sörensen (2013) An approach for optimal allocation of safety resources: Using the Knapsack problem to take aggregated cost-efficient preventive measures. *Risk Analysis, an International*

Journal, vol. 33, no. 11, pp. 2056-2067

Shaheen, A. and A. Sleit (2016) Comparing between different approaches to solve the 0/1 Knapsack problem. *International Journal of Network Security. 16. 1-10.*

Tari, F. (2018) Exact Solution Algorithms for Multi-dimensional Multiple-choice Knapsack Problems. *Current Journal of Applied Science and Technology. 26. 10.9734/CJAST/2018/40420.*