

## MODELAGEM DE ESCOLHA DISCRETA ESPACIAL PELA TEORIA DO ARREPENDIMENTO

**Gabriel Pereira Caldeira**

**Cassiano Augusto Isler**

Escola Politécnica

Universidade de São Paulo

### RESUMO

Os modelos de escolha discreta aplicados ao planejamento de transportes buscam representar o comportamento de usuários quanto à escolha mediante um conjunto de alternativas, que tradicionalmente baseiam-se na Teoria da Utilidade pela maximização da utilidade aleatória. Mais recentemente, a Teoria do Arrependimento tem sido utilizada para modelar o comportamento quanto às escolhas dos indivíduos pela minimização do arrependimento aleatório. A pesquisa proposta trata do aprofundamento na fundamentação teórica dos modelos baseados na Teoria do Arrependimento aplicados à modelagem de escolha discreta e extensões que consideram efeitos espaciais nas escolhas dos indivíduos, analogamente ao que se observa na literatura quanto aos modelos baseados na Teoria da Utilidade. Além da contribuição teórica, pretende-se aplicar a modelagem considerando interações espaciais no contexto de escolha modal para o transporte ferroviário de passageiros no Brasil.

### 1. INTRODUÇÃO

O processo tradicional de modelagem do comportamento de escolha dos usuários no contexto do planejamento de transportes tem sido tradicionalmente realizado por modelos de escolha discreta, os quais preconizam a hipótese de que “*a probabilidade de indivíduos escolherem uma dada opção é uma função de suas características socioeconômicas e da atratividade relativa da opção*” (Ortúzar e Willumsen, 2011). A abordagem mais usual para modelagem de escolha discreta tem se baseado, ao longo dos anos, na Teoria da Utilidade sob a hipótese de maximização da utilidade aleatória (*Random Utility Maximization-RUM*) quanto às escolhas dos indivíduos. Nessa abordagem, dado um conjunto finito e mutuamente exclusivo de alternativas caracterizadas por atributos conhecidos, os indivíduos buscam maximizar a utilidade no processo de escolha entre alternativas.

Os modelos derivados do conceito de *RUM* foram extensivamente estudados no âmbito da modelagem de escolha discreta (Ortúzar e Willumsen, 2011). Nos últimos anos, porém, extensões desses modelos têm sido propostas ao considerar variáveis associadas à dimensão espacial dos fenômenos estudados (Zhou *et al.*, 2016; Carrión-Flores *et al.*, 2018).

Por outro lado, Chorus *et al.* (2008) propuseram uma modelagem alternativa à abordagem de *RUM* no contexto da Teoria do Arrependimento, derivando modelos baseados no conceito de Minimização do Arrependimento Aleatório (*Random Regret Minimization.- RRM*). O embasamento teórico dessa nova abordagem preconiza que a decisão entre alternativas é realizada mediante a minimização do arrependimento quanto à alternativa escolhida em comparação com as demais escolhas possíveis.

A proposta de pesquisa descrita neste documento tem enfoque na proposição de um modelo de escolha discreta baseado nos conceitos de *RRM* considerando aspectos de interações espaciais na tentativa de representação das escolhas dos indivíduos. Um banco de dados de uma pesquisa de preferência declarada será utilizado em estudo de caso referente à hipótese de oferta de serviços de transporte ferroviários de passageiros no Brasil. Assim, a pesquisa tem contribuição científica ao considerar aspectos de interações espaciais na modelagem de escolha discreta sob o ponto de vista da Teoria do Arrependimento.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Os modelos de escolha discreta foram introduzidos no contexto do planejamento de transportes na tentativa de representação do comportamento de indivíduos quanto à escolha de alternativas sob determinadas condições do meio em que se insere o processo de tomada de decisão e as características socioeconômicas individuais. Os modelos de escolha discreta baseiam-se em teorias probabilísticas que resultam nas escolhas mais prováveis de um indivíduo mediante um conjunto de alternativas disponíveis.

Algumas das premissas da Teoria da Utilidade para aplicação nos modelos de escolha discreta são (Ortúzar e Willumsen, 2011):

- Indivíduos pertencentes a uma dada população homogênea, agem racionalmente e sempre selecionam a opção que maximiza sua própria utilidade;
- Sempre há um conjunto de alternativas disponíveis e um conjunto de atributos tanto das alternativas quanto dos indivíduos que fazem a escolha;
- Para cada alternativa  $i$  há uma utilidade associada ao indivíduo  $q$  ( $U_{iq}$ ) composta por uma parcela determinística e um componente aleatório conforme a Equação (1), dado que a informação acerca dos elementos que caracterizam esta utilidade é incompleta.

$$U_{iq} = V_{iq} + \varepsilon_{iq} \quad (1)$$

em que  $U_{iq}$  = Utilidade do indivíduo  $q$  para a alternativa  $j$ ;

$V_{iq}$  = componente determinística (função dos atributos da alternativa e do indivíduo);

$\varepsilon_{iq}$  = erro aleatório caracterizado por uma função de distribuição de probabilidade.

Diferentes premissas quanto à função de distribuição de probabilidade que representa o erro aleatório resultam em modelos para o cálculo da probabilidade de escolha das alternativas, tal como o Logit Multinomial para função Gumbel conforme a Equação (2).

$$P_{iq} = \frac{\exp(V_{iq})}{\sum_j \exp(V_{jq})} \quad (2)$$

Os modelos de escolha discreta têm sido aplicados extensivamente no campo da Engenharia de Transportes à medida que diferentes hipóteses sobre as alternativas e quanto à distribuição de probabilidade dos termos de erro aleatório são admitidos (Zou *et al.*, 2016).

A modelagem de escolha discreta proposta por Chorus *et al.* (2008) pela Minimização do Arrependimento Aleatório consiste na premissa de que um indivíduo busca minimizar um “arrependimento aleatório antecipado” associado à  $i$ -ésima alternativa, este composto por um termo aleatório  $\varepsilon_i$  que representa a heterogeneidade não observada do arrependimento e um termo sistemático  $R_i$ . Esta componente sistemática pode ser representada pela soma das comparações binárias de arrependimento entre a alternativa  $i$  e as  $j$ -ésimas alternativas em termos de  $M$  atributos ( $R_{i \leftrightarrow j}^m$ ), tal que  $R_i = \sum_{j \neq i} \sum_M R_{i \leftrightarrow j}^m$ .

A comparação entre alternativas é tal que  $R_{i \leftrightarrow j}^m = \max\{0 + \vartheta_{0m}; \beta_m \cdot (x_{jm} - x_{im}) + \vartheta_{xm}\}$ , em que  $x_{jm}$  e  $x_{im}$  são níveis do atributo  $m$  associado à alternativa  $j$  e  $i$ , respectivamente,  $\beta_m$  é o peso associado ao atributo  $m$  e  $\vartheta_{0m}$  e  $\vartheta_{xm}$  são componentes de erros aleatório para representar a heterogeneidade não observadas dos atributos e pesos (Chorus *et al.*, 2008).

Chorus (2010) propôs um ajuste da comparação entre alternativas a uma função contínua conforme a Equação (3), possibilitando a estimativa dos parâmetros  $\beta_m$  por softwares recorrentemente utilizados na estimativa de modelos baseados no RUM e cálculo da

probabilidade segundo o modelo Logit Multinomial da Equação (2).

$$R_{i \leftrightarrow j}^m = \ln(1 + \exp[\beta_m \cdot (x_{jm} - x_{im})]) \quad (3)$$

Extensões, análises empíricas e comparações entre o *RUM* e *RRM* podem ser verificadas em Chorus *et al.* (2009), Chorus (2010; 2014) e Mai *et al.* (2017) e na revisão da literatura apresentada por Jing *et al.* (2018).

Além dos modelos citados, recentemente tem se destacada a modelagem de escolha discreta incorporando-se aspectos espaciais na tomada de decisão. Simplificadamente, esses modelos consideram dependência espacial associada ao fenômeno em análise por uma matriz espacial  $W$ , representando a relação espacial entre unidades de área vizinhas. Uma revisão da literatura sobre esses modelos pode ser verificada em Young e Blainey (2017). Por exemplo, Carrión-Flores *et al.* (2018) desenvolveram um estimador para modelos de escolha discreta com dependência espacial defasada (*discrete-choice model with spatial lag dependence*), em que a especificação do modelo espacial é dada pela Equação (4) e Equação (5).

$$Y_{ik}^* = \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} Y_{jk}^* + X_i \beta_k + \varepsilon_{ik} \quad \forall k = \{1, \dots, L\} \quad (4)$$

$$d_{ik} = I(Y_{ik}^* > Y_{lk}^*) \quad \forall k \neq l; k, l = \{1, \dots, l\} \quad (5)$$

em que  $Y_{ik}^*$  = variável dependente da alternativa  $k$  quando à unidade espacial  $i$ ;

$w_{ij}$  = matriz espacial que denota os pesos espaciais quanto às unidades espaciais  $i$  e  $j$ ;

$X_i$  = matriz de atributos observados da unidade  $i$ ;

$\rho$  e  $\beta_k$  = parâmetros de interesse;

$\varepsilon_{ik}$  = erro aleatório na representação da alternativa  $k$  quanto à unidade espacial  $i$ ;

$d_{ik}$  = 1 se a alternativa  $k$  for escolhida para a unidade  $i$  e 0 caso contrário;

$I$  = função indicadora da magnitude de  $Y_{ik}^*$  e  $Y_{lk}^*$ .

O parâmetro autoregressivo espacial ( $\rho$ ) representa o grau de dependência espacial, tal que valores positivos implicam em maior contribuição da variável dependente  $Y_{jk}^*$  da alternativa  $k$  na unidade espacial  $j$  sobre a decisão quanto a essa alternativa na unidade espacial  $i$ . A probabilidade de escolha da alternativa assume o modelo Logit Multinomial da Equação (2) sob a hipótese dos erros representados por uma função de probabilidade Gumbel.

### 3. MÉTODO

O método proposto para atingir o objetivo da pesquisa consiste de três etapas conforme a Figura 1. A primeira etapa deste trabalho refere-se à revisão da literatura existente sobre modelagem de escolha discreta no âmbito da Teoria da Utilidade, incluindo modelos que abrangem aspectos espaciais, e sob as premissas da Teoria do Arrependimento. Espera-se também que seja possível identificar o campo de aplicação dos modelos *RRM* no contexto do planejamento de transportes, considerando os efeitos e interações espaciais nas escolhas.

Na sequência pretende-se desenvolver quatro modelos de escolha discreta. Os dois primeiros são os modelos baseados no *RUM*, um espacial e outro não espacial. Os dois últimos serão os modelos baseados no *RRM*, sendo também não espacial e espacial.

Um banco de dados com respostas de uma pesquisa de preferência declarada para escolha modal será analisado para verificação da possibilidade de aplicação dos conceitos de modelagem de escolha discreta espacial. Em caso positivo, os modelos baseados no *RUM* e *RRM* serão aplicados tanto do ponto de vista clássico quanto da inclusão de interações

espaciais. Caso contrário, fontes de dados alternativas serão investigadas que viabilizem a aplicação da modelagem. Almeja-se, com isso, a comparação das abordagens para representação das escolhas dos indivíduos no contexto do planejamento de transportes.

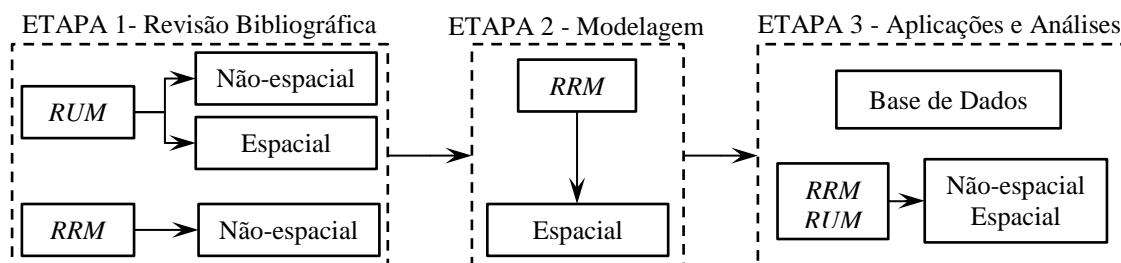


Figura 1: Método de pesquisa proposto.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa proposta consiste no desenvolvimento de um modelo espacial de escolha discreta baseado na Minimização do Arrependimento Aleatório (RRM). Apesar de ainda não existirem resultados parciais, espera-se que a modelagem contribua para o desenvolvimento teórico da modelagem de escolha discreta pela inclusão de aspectos de interações espaciais nos modelos baseados na Teoria do Arrependimento. Além disso, vislumbra-se que a aplicação dessa modelagem no âmbito da escolha modal no Brasil contribuirá para expansão das aplicações de modelos de escolha discreta sob as premissas da Teoria do Arrependimento.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carrión-Flores, C. E.; Flores-Lagunes, A.; e Guci, L. (2018) An estimator for discrete-choice models with spatial lag dependence using large samples, with an application to land-use conversions. *Regional Science and Urban Economics*, v. 69, p.77-93.
- Chorus, C. G.; Arentze, T. A.; e Timmermans, H. J. P. (2008) A Random Regret-Minimization model of travel choice. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 42, n. 1, p.1-18.
- Chorus, C. G.; Arentze, T. A.; e Timmermans; H. J P. (2009). Spatial Choice: A Matter of Utility or Regret?. *Environment and Planning B: Planning and Design*, v. 36, n. 3, p.538-551.
- Chorus, C. G. (2010) A new model of random regret minimization. *European Journal of Transport and Infrastructure Research*, v. 10, n. 2, p. 181-196.
- Chorus, C. G. (2014) A Generalized Random Regret Minimization model. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 68, p.224-238.
- Jing, P.; Zhao, M.; He, M.; e Chen, L. (2018) Travel Mode and Travel Route Choice Behavior Based on Random Regret Minimization: A Systematic Review. *Sustainability*, v. 10, n. 4, p.1185-1205.
- Mai, T.; Bastin, F.; Frejinger, E. (2017). On the similarities between random regret minimization and mother logit: The case of recursive route choice models. *Journal of Choice Modelling*, [s.l.], v. 23, p.21-33.
- Ortúzar, J. de D.; Willumsen, L. G. (2011) *Modelling Transport*. 4. ed. Chicester: Wiley, 2011. 585 p.
- Young, M.; Blainey, S. (2017). Railway station choice modelling: a review of methods and evidence. *Transport Reviews*, v. 38, n. 2, p.232-251.
- Zou, M.; Li, M.; Lin, X.; Xiong, C.; Mao, C.; Wan, C.; Zhang, K.; Yu, J.(2016) An agent-based choice model for travel mode and departure time and its case study in Beijing. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, v. 64, p.133-147.
- Zhou, Y.; Wang, X.; Holguin-Veras, J. (2016) Discrete choice with spatial correlation: A spatial autoregressive binary probit model with endogenous weight matrix (SARBP-EWM). *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 94, p.440-455.

---

Gabriel Pereira Caldeira (gabrielcaldeira@usp.br)

Cassiano Augusto Isler (cassiano.isler@usp.br)

Universidade de São Paulo, Escola Politécnica

Av. Prof. Almeida Prado, 83, Travessa 2 - Edifício Engenharia Civil - São Paulo, SP