

## **ESTIMATIVA DE PREÇO E OFERTA EM SISTEMAS CONCORRENCIAIS DE TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE PASSAGEIROS UTILIZANDO EQUILÍBRIO DE NASH E MODELOS DE ESCOLHAS DISCRETAS**

**Rinaldo Azevedo Cavalcante**

Agência Reguladora de Serviços Públicos Delegados do Estado do Ceará (ARCE)  
Coordenadoria Econômico-Tarifária

### **RESUMO**

Nos últimos 20 anos vem ocorrendo uma abertura contínua no mercado de transporte rodoviário de passageiros com o conseqüente aumento na concorrência entre diversos modos. Entretanto, o marco regulatório pouco foi alterado nesse período e as entidades responsáveis pela gestão / regulação tem sido pressionadas para a elaboração de regulamentações e promoção de licitações que considerem este aspecto concorrencial do setor. Geralmente, os programas de pós-graduação na área de Planejamento de Transportes no Brasil não abordam o impacto da concorrência nos estudos de oferta / demanda. Diante disso, é apresentada nesta comunicação técnica os primeiros resultados de uma metodologia que busca estimar dois relevantes aspectos no procedimento licitatório, tarifa e frota, para cada operador modal utilizando Teoria dos Jogos, com Equilíbrio de *Nash*, e Modelos de Escolha Discreta.

### **1. INTRODUÇÃO**

Desde o final do século passado, o setor de transporte rodoviário de passageiros no Brasil vem sofrendo pressões para uma abertura maior do seu mercado, principalmente com a utilização de veículos de menor capacidade (ex. peruas). Inicialmente, essa pressão foi influenciada pela entrada de fabricantes de veículos de menor capacidade, pela baixa qualificação da mão-de-obra em várias regiões metropolitanas e pela baixa qualidade dos serviços denominados regulares, prestados por empresas transportadoras com frota exclusiva de ônibus, que possuíam permissões precárias dos Poderes Públicos Municipal e Estadual, e que não atendiam a recentemente promulgada Constituição de 1988 (art. 175).

Essas pressões resultaram em algumas regulamentações municipais e estaduais que formalizaram serviços de transporte com veículos de menor capacidade, que passou a ser denominado de alternativo ou complementar. Por exemplo, em 1997, a prefeitura de Fortaleza promulgou uma Lei regulamentando o serviço no município e o Estado do Ceará regulamentou e licitou o serviço em 2002 e 2003, respectivamente, através do Governo do Estado e da ARCE. Essa abertura do mercado de transporte rodoviário de passageiros continuou ocorrendo continuamente, com o advento de novas regulamentações e licitações e/ou com uma diminuição nas atividades de fiscalização, nesses últimos 20 anos com a entrada de vários novos operadores, tais como mais recentemente os operadores de transporte individual através de aplicativos.

Apesar da existência de maior competição no mercado, o marco regulatório do setor pouco mudou nesses últimos 20 anos (com exceção das recentes alterações no transporte interestadual), onde este marco tradicional tem basicamente as seguintes características:

- existência de um órgão gestor que tem como atribuição fiscalizar os serviços prestados, definir a programação operacional, promover as licitações com os respectivos estudos e realizar toda a atividade de gestão do sistema de transporte (ex. cadastros de frota);
- existência ou não de um órgão regulador, dependendo da atividade de gestão e regulação estar concentrada em um órgão apenas (regulação implícita) ou não;
- pouca liberdade para os operadores dos serviços regulares adotarem estratégias empresariais inovadoras.

Diante disso, uma das questões de difícil solução atualmente é como promover um certame licitatório com a definição dos mercados (linhas ou áreas de operação) onde será aberto para maior competição entre os operadores e qual o nível da competição, com a definição dos preços (i.e., tarifas) e da quantidade (i.e., frota) para cada tipo de operador. O objetivo principal desta comunicação técnica é apresentar os primeiros resultados de uma metodologia elaborada para auxiliar nesse tipo de análise, utilizando-se dos conceitos advindos da área de Teoria dos Jogos e de Modelos Discretos de Escolha. A metodologia apresentada simplifica vários aspectos que podem ser adicionados de acordo com a disponibilidade de informações mais detalhadas para cada aplicação, tais como (Train, 2003): heterogeneidades nos custos dos operadores, heterogeneidades dos indivíduos/usuários, agregação das probabilidades individuais de escolha para obter a demanda agregada, análise da qualidade intangível dos modos (representada pelos coeficientes independentes dos modos).

## 2. CONCEITOS TEÓRICOS UTILIZADOS: TEORIA DOS JOGOS

A Teoria dos Jogos é o estudo da decisão de problemas envolvendo várias pessoas (Gibbons, 1992). Nesta teoria, vários conceitos foram desenvolvidos na literatura econômica e será apresentado a seguir apenas os conceitos mais importantes no entendimento da metodologia desenvolvida nesta comunicação técnica.

Para possibilitar o estudo e a aplicação da Teoria dos Jogos é necessário inicialmente representar o problema de decisão (o jogo) através de uma forma, podendo ser a forma normal ou a forma extensiva (Gibbons, 1992). A forma normal especifica todas as estratégias que cada participante tem disponível e suas funções de retorno (*payoff*) para cada estratégia. A forma extensiva insere o contexto do momento da decisão de cada participante, definindo o momento disponível para cada participante, o conhecimento e as estratégias disponíveis para cada participante em cada momento de decisão, além do retorno que será obtido por cada participante em cada momento de acordo com as estratégias disponíveis. Diante disso, a forma normal é utilizada nos denominados jogos estáticos (todos os participantes decidem ao mesmo tempo) e a forma extensiva nos jogos dinâmicos (os participantes tem momentos diferentes para decidir).

Outro conceito relevante é o conceito de Equilíbrio de *Nash*. Primeiramente, é necessário definir o conceito de curva (ou função) de reação. A curva de reação é a representação das estratégias que serão tomadas por cada participante, buscando maximizar seu retorno, diante das estratégias tomadas por outros participantes. Um exemplo clássico de utilização de curvas de reação é o modelo de duopólio de *Cournot* (Gibbons, 1992). As curvas de reação podem ser encontradas através da formulação matemática de problemas de maximização do retorno (*payoff*) diante de várias estratégias e da elaboração das condições de primeira ordem (condições de *Karush-Kuhn-Tucker*). As curvas de reação são obtidas a partir das condições de primeira ordem.

De posse das curvas de reação de cada participante, o Equilíbrio de *Nash* consiste no ponto das decisões dos participantes onde todos os participantes não tem incentivo nenhum para mudar sua estratégia pois resultaria em um menor retorno. Ou seja, o Equilíbrio de *Nash* pode ser encontrado através da identificação do ponto onde as curvas de reação de todos os participantes se encontram (Gibbons, 1992).

### 3. METODOLOGIA PROPOSTA: MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 3.1. Demanda: Divisão modal

Por tratar-se de um modelo de competição modal, a equação de demanda por operador/competidor depende do modelo de divisão modal. O modelo de divisão modal adotado está representada por equações de probabilidade de escolha, a partir da utilidade linear de cada modo  $i$  para cada indivíduo/usuário  $n$ , em função dos valores dos atributos de cada modo  $i$ , utilizado um modelo logit binomial/multinomial (Train, 2003):

$$U_{in} = V_{in} + \varepsilon_{in} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{in} \sim G(\mu = 0; \beta = 1; \sigma^2 = \pi^2/6) \quad (2)$$

$$V_{in} = \alpha_0 + \sum \alpha_k X_{ink} \quad (3)$$

$$P_{in} = \frac{\exp(V_{in})}{\sum_j \exp(V_{jn})} \quad (4)$$

em que  $U_{in}$ : utilidade aleatória do indivíduo/usuário  $n$  ao utilizar o modo  $i$ ;  
 $V_{in}$ : utilidade observável (sistemática) do indivíduo/usuário  $n$  ao utilizar o modo  $i$ ;  
 $\varepsilon_{in}$ : componente aleatório da utilidade do indivíduo/usuário  $n$  ao utilizar o modo  $i$ ;  
 $G$ : distribuição de Gumbel, definida pelos parâmetros  $\mu$  (locacional),  $\beta$  (formato);  
 $X_{ink}$ : atributo  $k$  da função utilidade observável do modo  $i$  e indivíduo/usuário  $n$ ;  
 $\alpha_0$ : coeficiente independente na função utilidade observável (constante modal);  
 $\alpha_k$ : coeficiente do atributo  $k$  na função utilidade observável;  
 $P_{in}$ : probabilidade de escolha do modo  $i$  pelo indivíduo/usuário  $n$ .

Dentro dos modelos geralmente apresentados na literatura econômica de competição de Equilíbrio de Nash, duas decisões dos fornecedores / operadores são consideradas: preço e quantidade (Gibbons, 1992). Quando essas decisões são analisadas individualmente, os primeiros modelos foram denominados de Modelo de Competição de Cournot (quantidade) e Modelo de Competição de Bertrand (preço). Para o sistema de transportes, entende-se que a decisão de preço pode ser representada pela tarifa ( $TAR_{in}$ ) e a de quantidade pelo número de veículos adquiridos pelo fornecedor / operadores ( $F_i$ ), que influencia no tempo de espera do modo  $i$  ( $TE_{in}$ ), caso o intervalo entre partidas (*headway*) seja pequeno. A variável tempo de espera consta geralmente em modelos de divisão modal baseada em modelos de escolha discreta junto com a variável tempo de viagem dentro do modo  $i$  ( $TDV_{in}$ ). Desta forma, as decisões tomadas pelos operadores com relação à preço (tarifa) e quantidade (número de veículos) poderia ser representada nas funções utilidade dos modos da seguinte forma:

$$V_{in} = \alpha_0 + \alpha_{TAR} TAR_{in} + \alpha_{TE} TE_{in} + \sum \alpha_k X_{ink} \quad (5)$$

$$TE_{in} = g(F_i)_n; TE_{in} = 0,5 \times h_i$$

$$h_i = \frac{t_c}{F_{it}} \quad (6)$$

$$t_c = \frac{2L}{v} + t_p \quad (7)$$

$$TE_{in} = \frac{1}{F_{it}} \left( \frac{L}{v} + \frac{t_p}{2} \right) \quad (8)$$

$$V_{in} = \alpha_0 + \alpha_{TAR} TAR_{in} + \alpha_{TE} \frac{1}{F_{it}} \left( \frac{L}{v} + \frac{t_p}{2} \right) + \sum \alpha_k X_{ink} \quad (9)$$

em que  $TAR_{in}$ : tarifa paga pelo usuário  $n$  ao utilizar o modo  $i$ ;  
 $TE_{in}$ : tempo de espera experimentado pelo usuário  $n$  ao utilizar o modo  $i$ ;  
 $X_{ink}$ : atributos experimentados pelo usuário  $n$  ao utilizar o modo  $i$ ;  
 $\alpha_0, \alpha_{TAR}, \alpha_{TE}, \alpha_k$ : parâmetros da função utilidade sistemática do modo  $i$ ;  
 $F_{it}$ : frota operante do operador do modo  $i$  no período  $t$ ;  
 $h_i$ : headway (intervalo entre partidas) no modo  $i$ ;  
 $t_c$ : tempo de ciclo, tempo necessário para um veículo sair e retornar ao ponto inicial da linha;  
 $L$ : extensão total da linha em 1 (um) sentido;  
 $v$ : velocidade média operacional da linha;  
 $t_p$ : tempo parado nos pontos inicial e final da linha.

Por fim, considera-se que a demanda de cada modo  $i$  depende de uma demanda no período  $t$  (ex. hora, dia, semana, mês) por transporte rodoviário,  $D_t$ , e pela proporção desta demanda que utiliza o modo  $i$  no período  $t$ ,  $s_{it}$ . A proporção desta demanda  $s_{it}$  se aproxima do valor de  $P_{in}$  quando  $P_{in}$  é aproximadamente o mesmo para todos os usuários dos modos, ou seja,  $P_{i1} = P_{i2} = P_{i3} = \dots = P_{iN}$ . Essa aproximação foi considerada nesta metodologia, conforme Equação (13), diante da expressão adotada para a função utilidade na Equação (9), que não inclui características sócio-econômicas (ex. renda, idade do usuário, etc) dos usuários/indivíduos, das simplificações de ausência de diferenciações por usuário/indivíduo quanto às variáveis que representam os atributos das alternativas ( $TAR_{in} = TAR_i$  e frota não varia por usuário), e da simplificação de homogeneidade no perfil dos usuários. Dessa forma, temos:

$$D_{it} = \sum_{n=1}^{N_t} P_{in} \quad (10)$$

$$D_t = \sum_i D_{it} \therefore D_t = N_t \therefore D = \sum_i \sum_{n=1}^{N_t} P_{in} \quad (11)$$

$$s_{it} = \frac{D_{it}}{D_t} \therefore \sum_i s_{it} = 1 \quad (12)$$

$$\text{Se } P_{in} \cong P_i, \forall n \Rightarrow s_{it} = P_i \therefore D_{it} = N_t P_i \quad (13)$$

em que  $D_{it}$ : demanda pelo modo  $i$  no período (hora, dia, semana, mês)  $t$ ;  
 $N_t$ : número de indivíduos no período (hora, dia, semana, mês)  $t$ ;  
 $D_t$ : demanda de todos os modos rodoviários no período (hora, dia, semana, mês)  $t$ ;  
 $s_{it}$ : proporção da demanda de todos os modos rodoviários que utiliza o modo  $i$  no período  $t$ ;

### 3.2. Oferta: Receita, Despesas e Lucro dos Operadores

Neste modelo, o lucro do operador do modo  $i$  para o período  $t$ ,  $\pi_{it}$ , é função das decisões estratégicas de cada operador, quais sejam, o preço (tarifa) cobrado em cada modo  $i$  para cada usuário  $n$ ,  $TAR_{in}$ , e a quantidade de veículos (frota) existente,  $F_i$ .

$$\pi_{it} = R_{it} - C_{it} \therefore R_{it} = \sum_{n=1}^{N_t} P_{in} TAR_{in} \therefore C_{it} = c_{it}^F F_{it} + c_{it}^V \bar{d}_{it} F_{it} \quad (14)$$

$$\text{Se } P_{in} \cong P_i \text{ e } TAR_{in} = TAR_i, \forall n \Rightarrow R_{it} = N_t P_i TAR_i \quad (15)$$

$$\text{Se } P_{in} \cong P_i \text{ e } TAR_{in} = TAR_i, \forall n \Rightarrow \pi_{it}(TAR_i, F_{it}) = N_t P_i TAR_i - F_{it}(c_{it}^F + c_{it}^v \bar{d}_{it}) \quad (16)$$

em que  $\pi_{it}$ : lucro do operador do modo  $i$  no período  $t$ ;  
 $R_{it}$ : receita do operador do modo  $i$  no período  $t$ ;  
 $C_{it}$ : custo do operador do modo  $i$  no período  $t$ ;  
 $c_{it}^F$ : custo fixo (por veículo) do operador do modo  $i$  no período  $t$ ;  
 $c_{it}^v$ : custo variável (por quilômetro rodado) do operador do modo  $i$  no período  $t$ ;  
 $F_{it}$ : frota operante do operador do modo  $i$  no período  $t$ ;  
 $\bar{d}_{it}$ : distância total percorrida pelo operador do modo  $i$  no período  $t$  por veículo;

### 3.3. Cálculo da Tarifa e Frota: Modelo de Competição entre Modos Rodoviários utilizando Equilíbrio de Nash

Para atingir o modelo final de competição entre os modos rodoviários, com o(s) respectivo(s) Equilíbrio(s) de Nash, considerou-se que a probabilidade de escolha do modo  $i$  para os indivíduos é aproximadamente a mesma ( $P_{in} = P_i$ ) e que a tarifa cobrada pelo modo  $i$  é a mesma para todos os indivíduos ( $TAR_{in} = TAR_i$ ). Uma das formas de competição que pode ser simulada é a partir de funções de reações por operador. Com isso, temos um problema de otimização para cada operador de modo  $i$ :

$$\text{Max } \pi_{it}(TAR_i, F_{it}) = N_t P_i TAR_i - F_{it}(c_{it}^F + c_{it}^v \bar{d}_{it}) \quad (17)$$

$$\text{Sujeito a } \pi_{it}(TAR_i, F_{it}) > 0 \therefore N_t P_i TAR_i - F_{it}(c_{it}^F + c_{it}^v \bar{d}_{it}) > 0 \quad (18)$$

As condições de primeira ordem (condições de Karush-Kuhn-Tucker) são:

$$\frac{\partial \pi_{it}(TAR_i, F_{it})}{\partial TAR_i} = N_t P_i + N_t \frac{\partial P_i}{\partial TAR_i} TAR_i = N_t P_i + \alpha_{TAR} N_t (1 - P_i) P_i TAR_i = 0$$

$$\text{Se } P_i \text{ e } N_t > 0 \text{ e } \alpha_{TAR} < 0 \Rightarrow TAR_i = \frac{1}{|\alpha_{TAR}|(1 - P_i)} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \pi_{it}(TAR_i, F_{it})}{\partial F_{it}} = N_t \frac{\partial P_i}{\partial F_{it}} TAR_i - (c_{it}^F + c_{it}^v \bar{d}_{it}) = N_t (1 - P_i) P_i \frac{\partial V_{in}}{\partial F_{it}} TAR_i - (c_{it}^F + c_{it}^v \bar{d}_{it})$$

$$\frac{\partial V_{in}}{\partial F_{it}} = -\alpha_{TE} \frac{1}{(F_{it})^2} \left( \frac{L}{v} + \frac{t_p}{2} \right)$$

$$-N_t (1 - P_i) P_i \alpha_{TE} \frac{1}{(F_{it})^2} \left( \frac{L}{v} + \frac{t_p}{2} \right) TAR_i - (c_{it}^F + c_{it}^v \bar{d}_{it}) = 0$$

$$\text{Se } \alpha_{TE} < 0 \Rightarrow F_{it} = \left( \frac{N_t P_i}{c_{it}^F + c_{it}^v \bar{d}_{it}} \left( \frac{L}{v} + \frac{t_p}{2} \right) \frac{|\alpha_{TE}|}{|\alpha_{TAR}|} \right)^{1/2} \quad (20)$$

A partir das equações (19) e (20) e das condições de que o lucro do operador do modo  $i$  deve ser maior ou igual a zero, utilizando a Equação (16), temos a definição de estratégia ótima do operador do modo  $i$  que pode ser simplificada pelo fluxograma apresentado na Figura 01. Como pode ser observado no fluxograma e nas equações (19) e (20), a estratégia ótima de cada operador  $i$  é influenciada pela estratégia ótima dos outros operadores, representado por  $j$ , na função de probabilidade de escolha,  $P_i$ , que depende do(s) valor(es) de  $V_j$ .

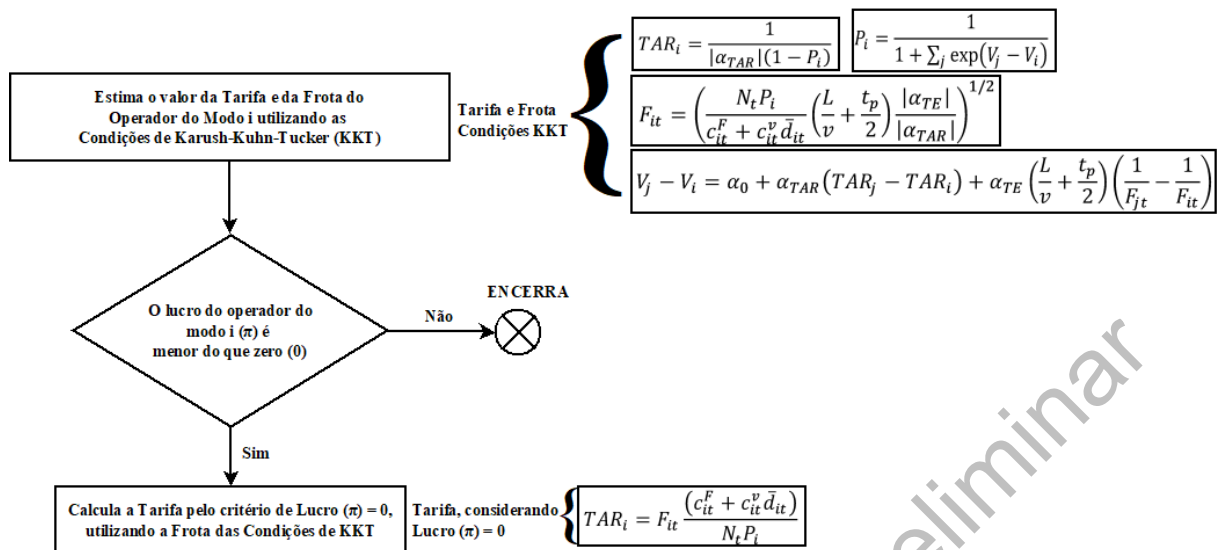


Figura 01: Estratégia ótima do Operador do Modo  $i$

#### 4. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA: SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

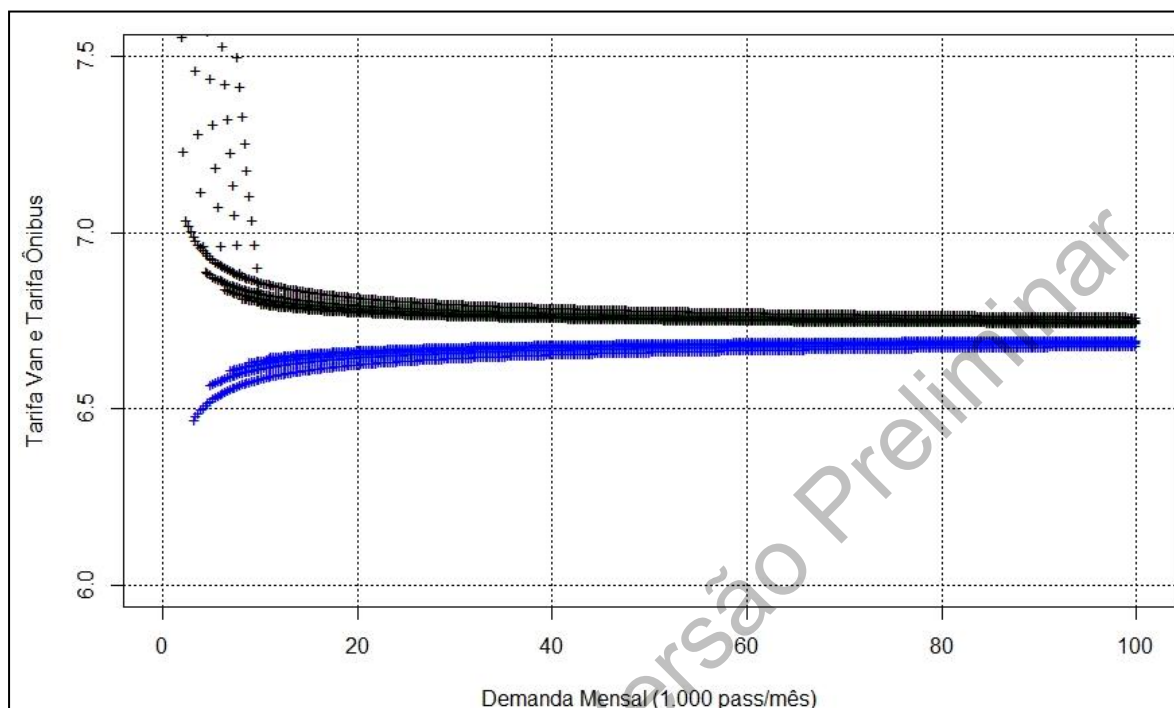
A aplicação da metodologia desenvolvida será realizada utilizando uma simulação de Monte Carlo para dois modos: ônibus e perua (*vans*). Foi necessário o desenvolvimento de um modelo computacional no *software R* para estimar a estratégia ótima e verificar a existência do Equilíbrio de Nash. Por tratar-se de uma análise contendo uma variável discreta, no caso a frota, seria muito raro encontrar o Equilíbrio de Nash em cada simulação. Diante disso e por simplificação, considerou-se a variável frota como contínua nesta simulação.

Inicialmente foram utilizados os parâmetros da função utilidade de um estudo apresentado em 2006 em um Congresso da ANPET (Brandão Filho, Loureiro, & Cavalcante, 2006). Para os parâmetros de custos (e o percurso médio mensal) serão utilizados os coeficientes constantes nas últimas revisões tarifárias do transporte intermunicipal realizados pela ARCE para os serviços regulares (por ônibus) e serviços regulares complementares (por peruas), quais sejam:  $c_{OnibMês}^F = \text{R\$ } 26.370,00 / \text{veículo} / \text{mês}$ ;  $c_{VanMês}^F = \text{R\$ } 12.801,60 / \text{veículo} / \text{mês}$ ;  $c_{OnibMês}^V = \text{R\$ } 1,442835 / \text{km}$ ;  $c_{VanMês}^V = \text{R\$ } 0,684069 / \text{km}$ ;  $\bar{d}_{OnibMês} = 7.450,20 \text{ km} / \text{mês}$ ;  $\bar{d}_{VanMês} = 16.056,30 \text{ km} / \text{mês}$ . Considerou-se ainda o valor de  $\alpha_0 = 0$  diante da falta de maiores informações sobre variações na constante modal.

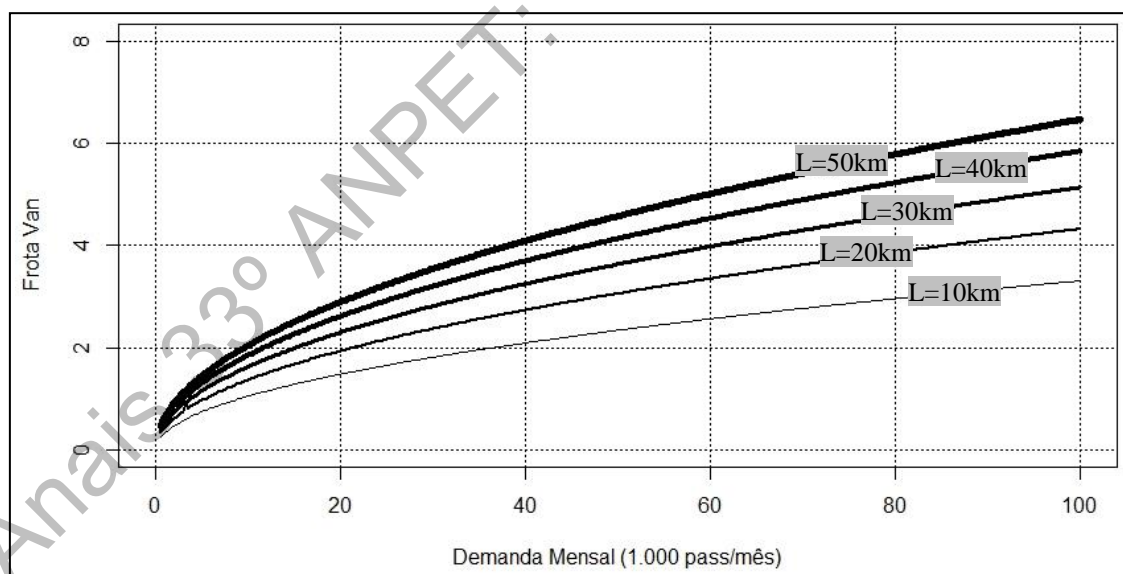
Para os parâmetros da linha, foram utilizados como valores fixos, os valores da velocidade operacional ( $v = 25 \text{ km/h}$ ) e do tempo de parada ( $t_p = 20 \text{ min}$ ), valores esses médios observados durante um dia típico de operação no sistema metropolitano de Fortaleza, os valores da extensão da linha ( $L = 10 \text{ a } 100 \text{ km}$ ) e da quantidade total de passageiros na linha por mês ( $N_t = 500 \text{ a } 100.000 \text{ passageiros/mês}$ ), variação esta encontrada nos dados obtidos no Relatório de Estatísticas Operacionais (REO) da ARCE, referentes à 2018, para as linhas do sistema metropolitano de Fortaleza.

Para apresentação dos resultados da simulação, foram escolhidas as seguintes variáveis: (1) tarifa da van; (2) tarifa do ônibus; (3) frota da van; (4) frota do ônibus. Todas essas variáveis são apresentadas nas Figuras 02 a 04, com o eixo  $x$  representando o valor de  $N_t$ , o eixo  $y$  representado o valor da variável de análise. Para a Figura 02, todos os pontos foram plotados no gráfico, com a variação definida acima para a extensão da linha. Para as Figuras 03 e 04,

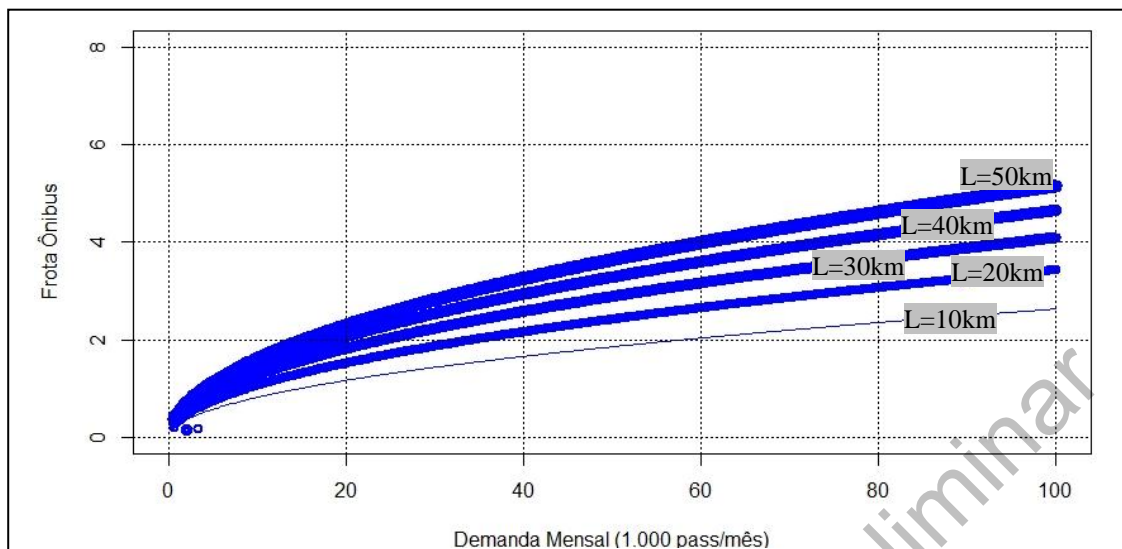
foram plotadas retas com a especificação do valor de  $L$  (extensão da linha) = {10km, 20km, 30km, 40km, 50km} para cada reta.



**Figura 02:** Tarifa de Van (preto) e de Ônibus (azul) x Demanda Mensal



**Figura 03:** Frota da Van por Extensão da Linha ( $L$ ) x Demanda Mensal



**Figura 04:** Frota do Ônibus por Extensão da Linha ( $L$ ) x Demanda Mensal

## 5. CONCLUSÕES

Esta comunicação técnica teve como objetivo apresentar os primeiros resultados de uma metodologia de estimativa de preço (tarifa) e oferta (frota) considerando modelos concorrenciais utilizando Teoria do Jogos, com o Equilíbrio de Nash, e Modelos de Escolha Discreta. Observou-se na simulação realizada neste modelo concorrenciais, que a tarifa do operador de van deverá ser sempre maior do que a tarifa do ônibus, especialmente para valores com baixa demanda, com a diferença entre esses valores diminuindo assintoticamente com o aumento da demanda mensal de passageiros (Figura 02). Com relação à oferta (Figuras 03 e 04), observou-se que a frota da van precisaria ser um pouco maior do que a oferta do ônibus, o que poderia ser igualado, em algumas situações, se fossem considerados valores inteiros.

Espera-se continuar ampliando o estudo dessa metodologia com várias aplicações/análises, tais como:

- a aplicação dessa metodologia em outros casos conforme a disponibilidade de maiores informações que impactem a função utilidade e os custos, tais como heterogeneidade dos usuários, heterogeneidade dos custos dos operadores e qualidade dos operadores, geralmente obtidas com a realização de pesquisas de preferência revelada/declarada e estudos de custos (ex. revisões tarifárias);
- análise comparativa do impacto dos benefícios de um marco regulatório mais aberto para entrada/saída de operadores, com maior concorrência, baseado nesta metodologia, e um modelo mais fechado, aplicado atualmente em várias regiões, com a realização esporádica de licitações e fiscalização do transporte não regulamentado;
- análise do excedente do consumidor e do produtor/operador buscando identificar as melhores alternativas regulatórias;
- análise do impacto no marco regulatório com a definição do modelo concorrenciais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brandão Filho, J. E., Loureiro, C. F. G. e Cavalcante, R. A. (2006). Avaliação de Parâmetros de Disposição a Pagar de Usuários de Transporte Público Intermunicipal através de Técnica de Preferência Declarada—Um Estudo de Caso. *Anais do XX Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, ANPET, Brasília.
- Gibbons, R. (1992) *Game Theory for Applied Economists*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Train, K. E. (2003) *Discrete Choice Methods with Simulation*. New York, NY: Cambridge University Press.